

数 学

(問 題)

2013年度

〈2013 H25070015 (数学)〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および記述解答用紙は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷の乱れ、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。欄外の余白には何も記入しないこと。欄外に何かを記入した解答用紙は無効となる場合がある。
4. 試験が開始されたらただちに、解答用紙の所定欄（2か所）に、受験番号および氏名を正確に丁寧に記入すること。
5. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
6. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

1 次の にあてはまる数または数式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(1) a, b は定数で、 x についての整式 $x^3 + ax + b$ は $(x+1)^2$ で割り切れるとする。

このとき、 $a = \text{}$, $b = \text{}$ である。

(2) 5 個の自然数の組 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ で、

$$a_1 = 1, \quad a_n + 1 \leq a_{n+1} \leq a_n + 2 \quad (n = 1, 2, 3, 4)$$

を満たすものは全部で 組ある。

(3) 3 次関数 $f(x)$ は $x = 1$ と $x = 2$ で極値をとり、曲線 $y = f(x)$ と曲線

$$y = \frac{3x}{2\sqrt{x^2 + 1}} + 1$$

は点 $(0, 1)$ において共通の接線を持つとする。

このとき、 $f(x) = \text{}$ である。

(4) ある花の 1 個の球根が 1 年後に 3 個, 2 個, 1 個, 0 個 (消滅) になる確率は

それぞれ $\frac{3}{10}, \frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ であるとする。1 個の球根が 2 年後に 2 個になっ

ている確率は である。

2 $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とし、 n は自然数とする。

(1) A の n 乗 A^n を求めよ。

(2) 行列の積 $AA^2A^3 \cdots A^n$ を求めよ。

3 a, b を正の定数とする。

(1) $\int_0^{2\pi} |a \sin x + b \cos x| dx$ を求めよ。

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{2n} \int_{\frac{2(k-1)\pi}{n}}^{\frac{2k\pi}{n}} \left(\log \frac{k}{n}\right) |a \sin nx + b \cos nx| dx$ を求めよ。

4 1 辺の長さが 1 の立方体がある。

(1) この立方体の 8 個の頂点のうちの 4 個を頂点とする正四面体の体積を求めよ。

(2) この立方体の 8 個の頂点のうちの 4 個を頂点とする正四面体と、残りの 4 個を頂点とする正四面体の共通部分の体積を求めよ。

〔以 下 余 白〕