

数 学

(問 題)

2013年度

<2013 H25073620>

注 意 事 項

1. 問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～9ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁およびマーク解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべてマーク解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルでマークすること。
4. 氏名は、試験開始後、マーク解答用紙の所定欄に、正しくていねいに記入すること。
5. 問1から問6までの「ア」、 「イ」、 「ウ」、 …にはそれぞれ、 $-49, -48, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 48, 49$ のいずれかの数が当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の「ア」、 「イ」、 「ウ」、 …で示された欄にマークして答えること。

例. アに3, イに-5, ウに30, エに-24, オに0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

例. 「カ」 $x +$ 「キ」 に $x - 1$ と答えるときは、「カ」 に1, 「キ」 に-1を入れること。

6. (1) 分数の分母はできるだけ小さな自然数で解答すること。
(2) 根号の中はできるだけ小さな自然数で解答すること。
7. マーク欄ははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）。

マークする時	☒ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い

8. いかなる場合でも、マーク解答用紙は必ず提出すること。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問 1.

- (1) 2つのサイコロを同時にふるとき, 出た目の和が n である確率を P_n とする. 自然数 n ($2 \leq n \leq 12$) に対して

$$P_n = \frac{\boxed{\text{ア}} - \boxed{n} - \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である.

- (2) 整数 p, q に対して, 多項式

$$f(x) = 2x^4 + (p + 2q)x^3 + (pq + 4)x^2 + (2p + 2)x + p$$

を考える. $f(0), f(1), f(2)$ がすべて素数のとき, $p = \boxed{\text{エ}}$, $q = \boxed{\text{オ}}$ である.

問 2.

あるスポーツの試合において、A、B の 2 チームが対戦し、先に 3 回勝った方が優勝とする。1 回の試合で A が勝つ確率を p 、B が勝つ確率を $1-p$ とする。

(1) $p = \frac{1}{3}$ のときに、ちょうど 4 試合目で優勝チームが決まる確率は $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(2) ちょうど N 試合目で優勝チームが決まるとする。このとき、 $0 \leq p \leq 1$ の範囲で N の期待値の最大値は

$\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

問 3.

実数 a, b, c に対して, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ とする. 関数 $f(x)$ は $f(\alpha) = f(\beta) = 0$ ($\alpha \neq \beta$) を満たす. また, この関数は $x = \alpha$ で極小値 0 をとり, $x = \gamma$ で極大となる. このとき,

$$\gamma = \frac{\boxed{\text{コ}}\alpha + \boxed{\text{サ}}\beta}{\boxed{\text{シ}}}$$

である. さらに, $\beta = 4\alpha$ のとき, 極大値と極小値の差が 32 であるとするとき,

$$a = \boxed{\text{ス}}, \quad b = \boxed{\text{セ}}, \quad c = \boxed{\text{ソ}}$$

である.

問 4.

$0 < t < 3$ とする. 曲線 $C: y = f(x) = |x^2 - 3x| + x - 3$ と曲線 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線 l とで囲まれた

2 つの部分の面積の和は, $t = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ のとき最小となり, その値は $\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \boxed{\text{ト}}$ である.

問5.

- (1) 半径 1 の球が正四面体のすべての面に接しているとき、この正四面体の 1 辺の長さは $\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である.
- (2) 半径 1 の球が正四面体のすべての辺に接しているとき、この正四面体の 1 辺の長さは $\boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}$ である.

問6.

数列

$$\{a_n\} : \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \dots$$

がある。この数列 $\{a_n\}$ を

$$\left\{ \frac{1}{2} \left| \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right| \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4} \left| \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right| \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6} \right\} \dots$$

のように群に分けると、第 k 群は、初項 $\frac{1}{k+1}$ 、末項 $\frac{k}{k+1}$ 、公差 $\frac{1}{k+1}$ の等差数列である。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の各項を既約分数で表したとき、分子が1となる分数が4つ連続して初めて現れるのは、 $\frac{1}{\boxed{\text{ノ}}}$ からの4つの項である。

- (2) 数列 $\{a_n\}$ の第1群の初項から、第 m 群の末項までの和は、

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{m}{m+1} = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} m^{\boxed{\text{フ}}} + \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} m$$

である。

[以下余白]

