

1

$$(1) \quad \underline{x^3 + x} \quad \mathcal{A}$$

$$(2) \quad \underline{-\frac{3}{2}x^2} \quad \mathcal{I}$$

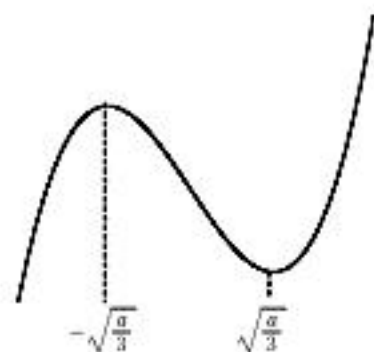
$$(3) \quad \underline{7} \quad \mathcal{U}$$

$$(4) \quad \underline{14} \quad \mathcal{E}$$

2 $f(x) = x^3 - ax, f'(x) = 3x^2 - a$

$a > 0$ のとき, $x \pm \sqrt{\frac{a}{3}}$ で極値をとる,

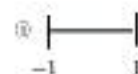
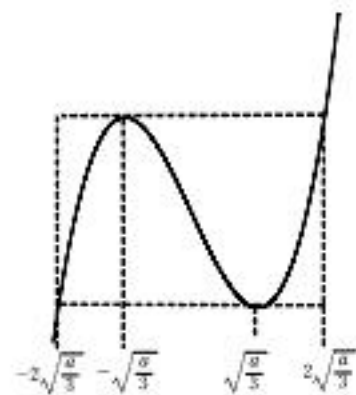
(1)



$$\sqrt{\frac{a}{3}} < 1 \text{ であればよいので,}$$

$$\sqrt{a} < \sqrt{3} \quad \therefore \underline{0 < a < 3}$$

(2)



$a > 0$ のとき, 極値をとる,

(i) $1 < \sqrt{\frac{a}{3}}$ すなわち, $3 < a$ のとき

$$\min f(x) = f(1) = 1 - a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore a = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$3 < a$ より, 不適.

(ii) $\sqrt{\frac{a}{3}} \leq 1 < 2\sqrt{\frac{a}{3}}$ すなわち, $\frac{3}{4} < a \leq 3$ のとき

$$\min f(x) = f\left(\frac{\sqrt{a}}{3}\right) = \frac{-2\sqrt{3}}{9}(\sqrt{a})^3 = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

(iii) $2\sqrt{\frac{a}{3}} \leq 1$ すなわち, $0 < a \leq \frac{3}{4}$ のとき

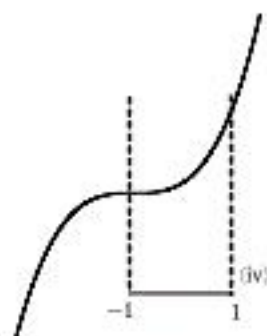
$$\min f(x) = f(-1) = -1 + a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore a = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(iv) $a < 0$ のとき

$$\min f(x) = f(-1) = -1 + a = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore a = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$a < 0$ より, 不適.

(i)~(iv) より, $\underline{a = \frac{3}{2}, 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}$



$$(1) \begin{cases} \text{(i)} & a+b+c=0 \\ \text{(ii)} & |a|+|b|+|c|\leq 2 \end{cases}$$

$$|a|\leq|b|\leq|c| \text{ とすると, (ii) より, } |a|=0 \quad \therefore a=0$$

$$\text{このとき, } \begin{cases} b+c=0 \\ |b|+|c|\leq 2 \end{cases} \text{ をみたす } b, c \text{ は}$$

$$(b, c) = (0, 0), (-1, 1), (1, -1)$$

$$\therefore (a, b, c) = (0, -1, 1), (0, 1, -1), (0, 0, 0)$$

$$\text{大小関係を外して} \quad \underline{S(2)=7}$$

$$(2) \begin{cases} \text{(i)} & a+b+c=0 \\ \text{(ii)} & |a|+|b|+|c|\leq 2n \end{cases}$$

$$c=k \ (k>0) \text{ とすると,}$$

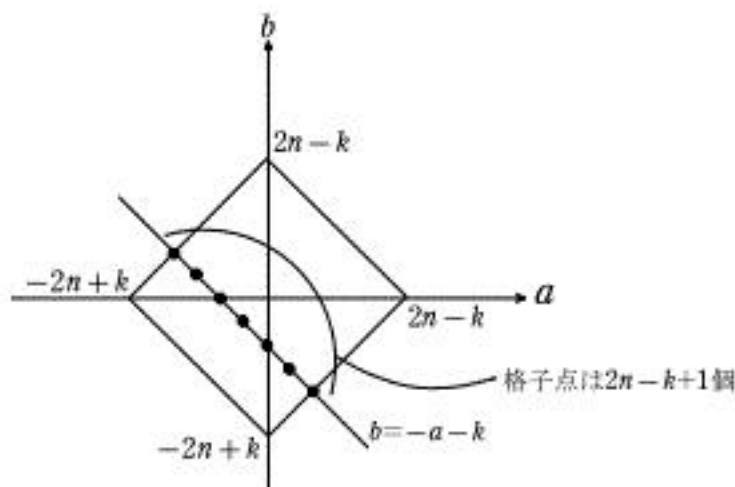
$$a+b=-k$$

$$|a+b|\leq|a|+|b|\leq 2n-k$$

$$\Leftrightarrow k\leq 2n-k \quad \therefore k\leq n$$

$$\text{また, } \begin{cases} a+b=-k \\ |a|+|b|\leq 2n-k \end{cases} \text{ を図示すると,}$$

右図のようになる.



$$k=0 \text{ のとき 格子点は } 2n+1 \text{ 個}$$

$$k<0 \text{ のときは } k>0 \text{ のときと同数}$$

$$S(2n) = 2 \times \sum_{k=1}^n (2n-k+1) + 2n+1 = \underline{3n^2+3n+1}$$