

数 学

(問 題)

2015年度

〈2015 H27090111〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は2, 4, 6ページに記載されている。その他のページは計算用として使ってよい。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。コンパス、定規は使用してもよい。
4. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄(2カ所)に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書いてはならない。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番⇒	万	千	百	十	一
	3	8	2	5	

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問1 x の2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが相異なる3点 (a, b) , (b, c) , (c, a) を通るものとする。ただし, $abc \neq 0$ とする。このとき, 次の問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) b, c の値を求めよ。

問2 空間内に, 一辺の長さ1の正四面体OABCがある。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき, 次の問に答えよ。

(1) 辺ABの中点をDとし, また, 辺OCを $k:(1-k)$ に内分する点をEとする。ただし, $0 < k < 1$ とする。このとき, $\overrightarrow{DE}$ を, $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ および k を用いて表せ。答のみ解答欄に記入せよ。

(2) $\overrightarrow{DE}$ の大きさ $|\overrightarrow{DE}|$ を k を用いて表せ。

(3) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DE}$ を k を用いて表せ。

(4) $\triangle EAB$ の面積 S を k を用いて表せ。さらに, 面積 S を最小にする k の値とそのときの面積を求めよ。

問3 A, B, C, D, Eの5人の紳士から, それぞれの帽子を1つずつ受けとり, それらを再び1人に1つずつ配る。帽子は必ずしも元の持ち主に戻されるわけではない。このとき, 以下の問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 次の空欄にあてはまる数を解答欄に記入せよ。

帽子を配る方法は全部で 通りある。そのうち, Aが自分の帽子を受けとるのは 通り, Bが自分の帽子を受けとるのは同じく 通り, AとBがともに自分の帽子を受けとるのは 通りである。したがって, Aが自分の帽子を受けとらず, かつBも自分の帽子を受けとらない場合は 通りである。

(2) A, B, Cの3人が誰も自分の帽子を受けとらない場合は何通りか。

問4 n は任意の自然数, また, $k = 1, 2, \dots, n$ について a_k は $0 \leq a_k \leq k$ を満たす整数である。このとき, 以下の問に答えよ。

(1) 数学的帰納法により, 次の等式を示せ。

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$$

(2) $2015 = a_1 \cdot 1! + a_2 \cdot 2! + \dots + a_n \cdot n!$ が成り立っているとき, n を求めよ。ただし, $a_n \neq 0$ とする。

(3) (2)の等式を成立させる $a_1, a_2, \dots, a_n$ を求め, 答のみ解答欄に記入せよ。

[以 下 余 白]

