

数学 文系(A方式)

(問題)

2015年度

〈2015 H27093619〉

注 意 事 項

- 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
- 問題は4～8ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
- 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
- マーク解答用紙記入上の注意
 - 印刷されている受験番号が、自分の受験番号と一致していることを確認したうえで、氏名欄に氏名を記入すること。
 - マーク欄にははっきりとマークすること。また、訂正する場合は、消しゴムで丁寧に、消し残しがないようによく消すこと。

マークする時	☒ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い

- 分数形で解答する場合の分母、および根号の中の数値はできるだけ小さな自然数で答えること。
- 問1から問5までの ア , イ , ウ , …にはそれぞれ、-49, -48, …, -2, -1, 0, 1, 2, …, 48, 49のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の ア , イ , ウ , …で示された欄にマークして答えること。
例 アに3、イに-5、ウに30、エに-24、オに0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

- 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
- 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
- いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

【問 1】

(1) $x+y+z+w=18$, $x \geq 8$, $y \geq 4$, $z \geq 2$, $w \geq 0$ を満たす整数 x, y, z, w の組 (x, y, z, w) の個数は $\boxed{\text{ア}}$ 個である.

(2) 4 個の白球と 6 個の赤球を無作為に並べて、輪をつくる. このとき、白球が隣り合わない確率は $\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であり、4 個の白球がすべて隣り合う確率は $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である.

【問 2】

三角形 OAB において $OA = 4$, $OB = 5$, $AB = 6$ とする.
三角形 OAB の外心を H とするとき

$$\overrightarrow{OH} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} \overrightarrow{OB}$$

である.

【問 3】

関数

$$f(x) = \tan^2 x + 8 \cos 2x \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$$

は、 $x = \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}} \pi$ のとき、最小値 $\boxed{\text{シ}}$ をとる.

【問 4】

点 P が放物線 $y = 2x^2 - x$ 上を動くとき、点 P における放物線 $y = 2x^2 - x$ の接線と放物線 $y = -x^2 + 1$ とで囲まれる部分の面積の最小値は

$$\frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{54}$$

である。

【問 5】

直線

$$\ell: x \sin \theta + y \cos \theta = 1 \quad \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$$

に接する 4 つの円を考える.

$x \sin \theta + y \cos \theta < 1$ の領域で 2 つの円は互いに接しており, そのうち 1 つの円は直線 ℓ と x 軸に, もう一方の円は直線 ℓ と y 軸に接している. これらの円の半径はいずれも r_1 である. このとき

$$r_1 = \frac{1}{\boxed{\text{ソ}} t^2 + \boxed{\text{タ}} t} \quad (\text{ただし } t = \sin \theta + \cos \theta)$$

となる.

残りの 2 つの円は, $x \sin \theta + y \cos \theta > 1$ の領域で互いに接しており, そのうち 1 つの円は直線 ℓ と x 軸に, もう一方の円は直線 ℓ と y 軸に接している. これらの円の半径はいずれも r_2 である. このとき

$$r_2 = \frac{1}{\boxed{\text{チ}} t^2 + \boxed{\text{ツ}} t + \boxed{\text{テ}}} \quad (\text{ただし } t = \sin \theta + \cos \theta)$$

となる.

したがって

$$\boxed{\text{ト}} < \frac{r_1}{r_2} \leq \sqrt{\boxed{\text{ナ}}} + \boxed{\text{ニ}}$$

である.

[以 下 余 白]

