

数 学

(問 題)

2015年度

〈H27091121〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4～6ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄(2カ所)に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書いてはならない。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番⇒	万	千	百	十	一
	3	8	2	5	

5. 各問題の にあてはまる数値または式などを解答欄に記入せよ。答の $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ簡単にしておくこと。また、分数は、それ以上約分できない形で答えよ。
6. 途中式や計算は解答用紙には書かないこと。
7. 採点欄には何も書かないこと。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
9. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問 1. 数列 a_n を $a_n = n \left(\frac{81}{100} \right)^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) により定義する。

(1) $\frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ となる n の最小値は ア である。

(2) $\log_{10} a_{11}$ を小数第 3 位を四捨五入して得られる値は イ である。

(3) $a_n < 1$ をみたす n を小さいものから順に $n_1, n_2, n_3, n_4, \dots$ とおく。 n_4 は ウ である。

ただし、 $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 1.1 = 0.0414$ であることを利用してよい。

問 2. θ のとる値の範囲が $\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ である関数

$$y = \frac{4}{1 + \tan^2 \theta} + 2 \sin^2 \theta + 2\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta$$

を考える。

(1) y の最大値は エ となり、そのとき θ の値は オ である。

(2) y の最小値は カ となり、そのとき θ の値は キ である。

問 3. 放物線 $p: y = \frac{1}{4}x^2$ がある。点 $A(1, 1)$ から y 軸に平行な直線を引き、放物線 p との交点を点 B とする。点 B を通り、放物線 p に接する直線を l_1 とする。

(1) 点 B を通り、直線 l_1 に垂直な直線を l_2 とすると、直線 l_2 の方程式は

$$y = \boxed{\text{ク}}$$

で表される。

(2) 直線 l_2 に関して、点 A に対称な点 C の座標は、

$$(x, y) = (\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}})$$

である。

(3) 点 B と点 C を通る直線を l_3 とすると、直線 l_3 と y 軸との交点の座標は

$$(x, y) = (0, \boxed{\text{サ}})$$

となる。

(4) 点 B とは異なる直線 l_3 と放物線 p との交点を点 D とする。点 B と点 D を通る直線と放物線 p で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{シ}}$ となる。

(5) 点 D を通る放物線 p の接線を l_4 とする。点 D を通り、接線 l_4 に垂直な直線を l_5 とする。直線 l_5 に関して、点 C に対称な点を点 E とする。点 D と点 E を通る直線の方程式は

$$x = \boxed{\text{ス}}$$

で表される。

問4. 棚に包装された製品が n 個 ($n \geq 4$) 並んでいるが、そのうち2個が不良品だということがわかっている。 n 個の製品はすでに包装されているため、外見からはどれが不良品かどうかを区別することはできない。今、どの2個が不良品かを見つけるために、 n 個の製品のうち1個を取り出し、包装を解き、中身をチェックする。中身が不良品だった場合は、別に置いてあったすでに包装された良品と交換し、もとにあった場所に戻す。中身が不良品でなかった場合は、製品を包装し直した上でもとにあった場所に戻す。1個目の製品のチェックが終わったら、棚の別の製品も同様にチェックし、この作業を2個の不良品が見つかるまで繰り返し、2個目の不良品を交換した時点で終了する。包装された良品と交換する費用は製品1個につき1000円、製品を包装し直す費用は製品1個につき100円である。

- (1) $n = 4$ のとき、この作業全体の費用が2200円になる確率は である。
- (2) $n = 4$ のとき、この作業全体の費用の期待値は $(2000 + \text{$) 円である。
- (3) この作業全体の費用の期待値を n の関数で表すと $(2000 + \text{$) 円である。

[以 下 余 白]

