

数 学

(問 題)

2017年度

<2017 H29110111>

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は2, 4, 6 ページに記載されている。その他のページは計算用として使ってよい。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。コンパス、定規は使用してもよい。
4. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄(2カ所)に、氏名および受験番号を正順に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書いてはならない。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正順に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番→	万	千	百	十	一
	3	8	2	5	

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問1 次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) 次の和を求めよ。 $4 + 7 \cdot 4 + 10 \cdot 4^2 + \cdots + (3n+1) \cdot 4^{n-1}$

(2) i を虚数単位とすると、 $\sum_{k=1}^{2017} \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right)^{2k}$ の値を求めよ。

(3) 1個のさいころを n 回投げるとき、少なくとも1回は6の目が出る確率を p_n とする。このとき、 $p_n \geq 0.95$ となる最小の n の値を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(4) $\sin(x+y) = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\cos(x-y) = \frac{2}{\sqrt{5}}$ であるとき、 $\sin 2x \sin 2y$ の値を求めよ。

問2 箱の中に1から n までの数字が1つずつかかれた n 枚のカードがある。この箱の中から1枚のカードを取り出して、数字を確かめてからもとにもどす。この試行を3回繰り返し、1回目、2回目、3回目に取り出したカードの数字をそれぞれ X, Y, Z とするとき、次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) $X = Y < Z$ になる場合の数を求めよ。

(2) X, Y, Z のうち、少なくとも2つが等しい場合の数を求めよ。

(3) $X < Y < Z$ になる場合の数を求めよ。

問3 xy 平面上の放物線 $y = x^2 + 1$ を C_1 , 直線 $y = 2x$ を l , C_1 と l の接点を P , 放物線 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$, $b < 0$, a, b, c は定数) を C_2 とする。 C_2 は点 P を通るものとする。また, C_1 と C_2 によって囲まれた図形の面積を S_1 とし, C_2 と l によって囲まれた図形の面積を S_2 とする。このとき次の各問に答えよ。ただし, (1), (2), (3) については答のみ解答欄に記入せよ。

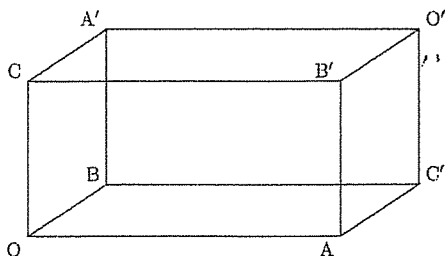
(1) 点 P の座標を求めよ。

(2) 点 P とは異なる C_1 と C_2 の交点の x 座標を α とおく。 α を a, b の式で表せ。

(3) 点 P とは異なる C_2 と l の交点の x 座標を β とおく。 β を a, b の式で表せ。

(4) $S_1 : S_2 = 1 : 2$ であるとき, a の値を求めよ。

- 問4 直方体 $OAC'B - CB'O'A'$ について、各辺の長さを $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ とする。また、辺 OA を $p:(1-p)$ に内分する点を P 、辺 OB を $q:(1-q)$ に内分する点を Q 、辺 OC を $r:(1-r)$ に内分する点を R とする。ただし、 $0 < p < 1$, $0 < q < 1$, $0 < r < 1$ である。対角線 OO' と $\triangle PQR$ の交点を M とするとき、次の各問に答えよ。ただし、(1), (2) については答のみ解答欄に記入せよ。



- (1) OO' の長さを求めよ。
- (2) OM の長さを求めよ。
- (3) $\triangle PQR$ の重心が点 M と一致するとき、 $p:q:r$ を求めよ。
- (4) $\triangle PQR$ の垂心が点 M と一致するとき、 $p:q:r$ を求めよ。

[以下 余 白]