

数 学

問 題

2018年度

〈H30120017〉

注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、解答用紙3種類（その1、その2、その3）を配付します。
2. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないでください。
3. 問題は4～6ページに記載されています。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせてください。
4. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入してください。
5. 解答用紙記入上の注意
 - (1) 解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入してください。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合があります。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入してください。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないでください。

(例) 3825番⇒	万	千	百	十	一
		3	8	2	5

6. 解答はすべて所定の解答欄に記入してください。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合があります。
7. 下書きは問題冊子の余白を使用してください。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにしてください。
9. 問題冊子は持ち帰ってください。
10. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出してください。

このページは下書きに使用してよい。

このページは下書きに使用してよい。

[I] 3 次方程式 $(x-p)(x^2+qx+r)=0$ (ただし, p, q, r は実数) を考え, 方程式 $x^2+qx+r=0$ の解を α, β とする。 p, α, β に対応する複素数平面上の点をそれぞれ P, A, B とするとき, 次の問に答えよ。

- (1) 3 点 P, A, B が三角形をなすための p, q, r の条件を求めよ。
- (2) (1) の条件の下で, 三角形 PAB の面積 S を p, q, r で表せ。
- (3) さらに, 三角形 PAB の外接円の中心 Q および半径 R を p, q, r で表せ。

[II] 次の問に答えよ。

- (1) xy 平面上の 2 直線 $x-y+1=0, 3x+y-5=0$ と曲線 $x^2+2x+4y+5=0$ で囲まれる領域の面積を求めよ。
- (2) (1) で考えた領域の点 (a, b) で境界上になく, a, b がともに整数であるものの個数を求めよ。

[Ⅲ] p を素数, a, b, c を整数とする。次の問に答えよ。

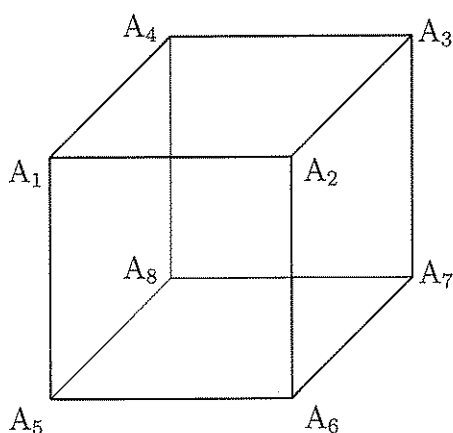
- (1) $\sqrt[3]{p}$ が無理数になることを示せ。
- (2) $a(\sqrt[3]{p})^2 + b\sqrt[3]{p} + c = 0$ ならば, $ap + b(\sqrt[3]{p})^2 + c\sqrt[3]{p} = 0$ となることを示せ。
- (3) $a(\sqrt[3]{p})^2 + b\sqrt[3]{p} + c = 0$ ならば, $bc - a^2p + (b^2 - ac)\sqrt[3]{p} = 0$ となることを示せ。
- (4) $a(\sqrt[3]{p})^2 + b\sqrt[3]{p} + c = 0$ ならば, $a = b = c = 0$ となることを示せ。

[Ⅳ] 次の問に答えよ。

- (1) 関数 $f(x) = e^x (\cos x + \sin x)$ を微分せよ。
- (2) 関数 $g(x) = e^{-\pi x} \sin \pi x$ を考える。
 - (i) $g(x)$ の極値をすべて求めよ。
 - (ii) $n - 1 \leq x \leq n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) における $y = g(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形を, x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V_n を求めよ。
 - (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ を求めよ。

[V] 立方体の8個の頂点を図のように $A_1, A_2, \dots, A_8$ とする。この8点から無作為に4点を選び、それらを頂点とする四面体あるいは四角形を X とする。また、残りの4点から同様にしてできる図形を Y とし、 X と Y の共通部分（交わってできる図形）を Z とする。次の問に答えよ。ただし、(1), (2)は答のみでよい。

- (1) X が A_1, A_3, A_6, A_8 を頂点とする四面体で、 Y が A_2, A_4, A_5, A_7 を頂点とする四面体のとき、 Z はどんな図形か。
- (2) X が A_1, A_2, A_3, A_7 を頂点とする四面体で、 Y が A_4, A_5, A_6, A_8 を頂点とする四面体のとき、 Z はどんな図形か。
- (3) X と Y が共通部分をもたない確率を p とし、 X と Y の共通部分 Z が1点になる確率を q_0 、線分になる確率を q_1 、平面図形になる確率を q_2 、立体図形になる確率を q_3 とする。 p, q_0, q_1, q_2, q_3 を求めよ。



[以下余白]

このページは下書きに使用してよい。

