

数 学

(問 題)

2019年度

〈2019 H31133611〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は2, 4, 6 ページに記載されている。その他のページは計算用として使ってよい。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。コンパス、定規は使用してもよい。
4. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番⇒	万	千	百	十	一
		3	8	2	5

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問1 次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1) $t = \tan \theta \left(-\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{4} \right)$ とおくとき、 $\tan 2\theta$, $\sin 2\theta$ をそれぞれ t の式で表せ。

(2) $x < 1$ のとき、 $y = 9 \cdot 25^x - 15 \cdot 5^x - 5^{3x}$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ を $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \dots$ と定めるとき、 a_{220} を求めよ。

問2 xy 平面上の放物線 $y = x^2$ を C とする。点 $P(-2, -5)$ を通り、放物線 C に接する2つの直線を ℓ_1, ℓ_2 とする。直線 ℓ_1, ℓ_2 の傾きをそれぞれ m_1, m_2 ($m_1 < m_2$) とし、放物線 C と2直線 ℓ_1, ℓ_2 で囲まれた部分の面積を S とする。このとき、次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

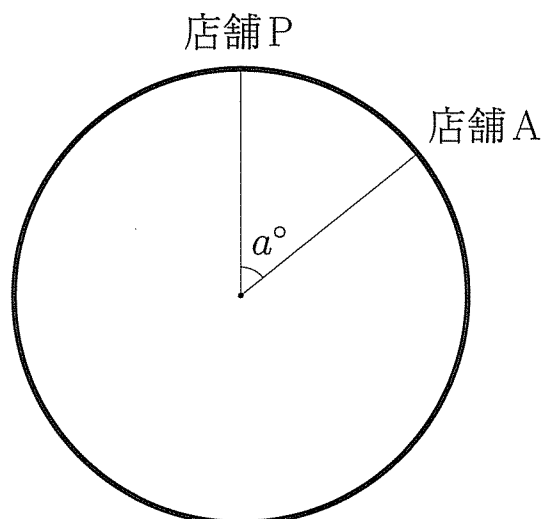
(1) 直線 ℓ_1, ℓ_2 の方程式を求めよ。

(2) 放物線 C と直線 ℓ_1, ℓ_2 の接点をそれぞれ $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ とするとき、 a, b の値を求めよ。

(3) 面積 S を求めよ。

問3 図のような円形の環状道路における店舗の立地を考える。環状道路沿いに2店舗（PとA）が存在し、店舗Pからみて店舗Aは時計回りに中心角 a° の位置にある（ただし、 a は1以上180未満の整数）。また、3600人の顧客が環状道路沿いに 0.1° の間隔で分布し、自分の位置から環状道路上を移動して最も近い店舗で各人1000円の買い物をする。ただし、店舗のある位置には顧客はいないものとし、同一地点に複数の店舗は立地できないものとする。また、最も近い店舗が2つある場合には、顧客はそれぞれの店舗で500円ずつ買い物をするものとし、店舗Pの位置は変わらないものとする。このとき、次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

- (1) 2店舗（PとA）のみが存在するとき、店舗Pおよび店舗Aが得る売上をそれぞれ求めよ。
- (2) ここで、店舗Bが、店舗Pからみて時計回りに中心角 b° の位置に立地するとする（ただし、 b は1以上360未満の整数）。このとき、店舗Aおよび店舗Bが得る売上をそれぞれ求めよ。また、店舗Bの売上が最大になる立地条件、すなわち、 b についての条件を求めよ。
- (3) 店舗Bの開設費用を100万円とする。店舗Bの利益（売上から開設費用を引いた差）がつねに負になる店舗Aの立地条件、すなわち、 a についての条件を求めよ。
- (4) 店舗Aと店舗Bの売上の合計が最大になる店舗Aと店舗Bの立地条件、すなわち、 a と b についての条件を求めよ。



問4 頂点が点O, 底面が正方形ABCDであり, すべての辺の長さが1の四角錐^{すい}について, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{d}$ とする。辺OA上の点Pについて $|\overrightarrow{OP}| = x$ とし, また, 辺CD上の点Qについて $|\overrightarrow{CQ}| = y$ とする。このとき, 次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{c}$, $\vec{a} \cdot \vec{d}$, $\vec{c} \cdot \vec{d}$ の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ で表せ。
- (3) $|\overrightarrow{PQ}|^2$ を x , y の式で表せ。式は x の降べきの順に整理して記せ。
- (4) $|\overrightarrow{PQ}|$ の最小値を求めよ。また, そのときの x , y の値を求めよ。

問5 大中小3個のさいころを同時に投げ, 出た目をそれぞれ a , b , c とし, 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解を α , β とする。このとき, 次の各問に答えよ。

- (1) α , β が異なる実数で, $\alpha\beta \leq 0$ となる確率を求めよ。
- (2) α , β が異なる実数で, $\alpha\beta > 0$ となる確率を求めよ。
- (3) α , β が虚数となる確率を求めよ。

[以 下 余 白]

