

平成 10 年度入学者選抜試験問題

工 学 部

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1 ページから 4 ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. 監督者の指示にしたがって、解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入しなさい。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答は必ず解答用紙の枠内に記入しなさい。また、必要に応じて計算過程も記入しなさい。
6. 試験終了後、問題冊子と草案用紙は持ち帰りなさい。

[1] 実数 x の関数 $a_n(x) = x^2 + 2nx + 3n$ について、次の問いに答えよ。ただし、 n は自然数とする。

(1) $\sum_{k=1}^n a_k(1)$ を求めよ。

(2) $s_n(x) = \sum_{k=1}^n a_k(x)$ とするとき、 $s_n(x)$ を x と n を用いて表せ。

(3) $s_n(x)$ の最小値 m_n を n を用いて表せ。

(4) 任意の自然数 k について、 $m_3 \geq m_k$ となることを示せ。

〔 2 〕 関数 $f(x) = e^x + 1$ について、次の問いに答えよ。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = ax + b$ の共有点の個数を求めよ。ただし、 a, b は実数とする。

(2) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 A における接線と x 軸との交点を B とする。このとき、線分 AB の長さを最小にする接点 A の座標を求めよ。

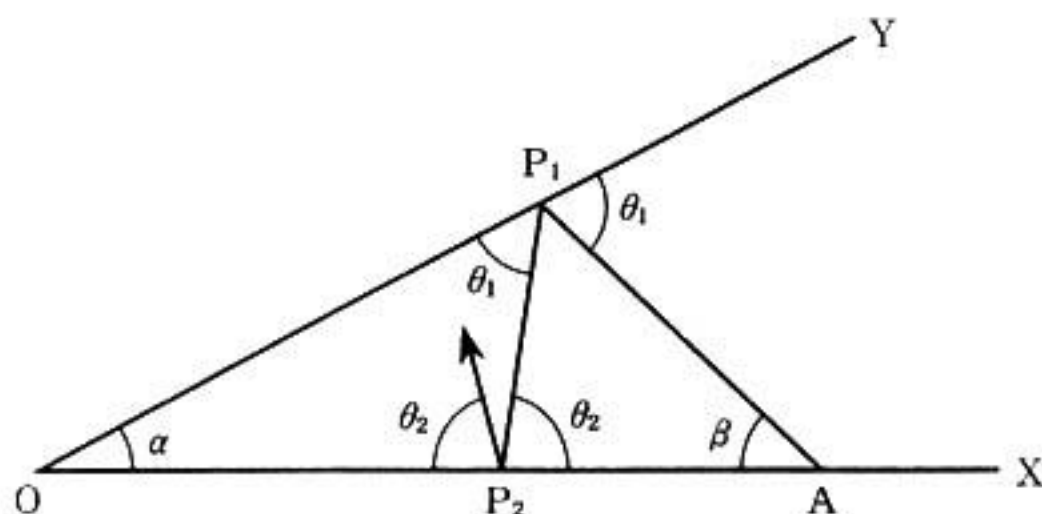
- 〔3〕 原点を O とする xy 平面上の 2 点 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ を結ぶ線分上に点 P がある。 $\theta = \angle AOP$ とし、線分 OP の長さを r とするとき、 r は θ の関数として $r = f(\theta)$ と表せる。定積分

$$\alpha = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) d\theta, \quad \beta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)^2 \cos \theta d\theta, \quad \gamma = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)^2 \sin \theta d\theta$$

と $f(\theta)$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}$ となることを示せ。
- (2) $t = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ とおくことにより、置換積分法を用いて α の値を求めよ。
- (3) $\beta + \gamma = \alpha$, $\beta = \gamma$ となることを示し、 β の値を求めよ。

- [4] 1点 O を端とする半直線 OX , OY が角 α をなしている。図のように, OX 上の1点 A から OY に向かって出発した光線を考え, 線分 OA とその光線のなす角を β とする。光線が半直線上で反射した点を順に $P_1, P_2, \dots, P_n, P_{n+1}, \dots$ とし, さらに, $\angle OP_1P_2 = \theta_1, \angle OP_2P_3 = \theta_2, \dots, \angle OP_nP_{n+1} = \theta_n, \dots$, および $AP_1 = l_1, P_1P_2 = l_2, \dots, P_{n-1}P_n = l_n, \dots$ とするとき, 次の問いに答えよ。ただし, 光線は各半直線上で入射角と反射角が等しくなるように反射するものとし, $OA = 1, \alpha > 0, \beta > 0, \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ とする。



- (1) θ_n を求めよ。
- (2) l_1, l_2 を α と β を用いて表せ。
- (3) 次の式が成り立つことを証明せよ。

$$\sum_{k=1}^n l_k = \frac{\sin n\alpha}{\sin(n\alpha + \beta)}$$