

平成11年度入学者選抜試験問題  
教育学部

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1 ページです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. 試験開始後ただちに、解答用紙に大学受験番号及び問題番号を正しく記入しなさい。大学受験番号と問題番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答は必ず解答用紙の表側に全部を記入し終わるようにし、裏面には決して記入しないこと。
6. 試験終了後、問題冊子と草案用紙は持ち帰りなさい。

問題 1. 対数は自然対数とするととき、次の各問いに答えよ。

(1)  $y = \log(\log x)$  を微分せよ。

(2)  $y = \frac{1}{x \log x}$  が減少関数であることを用いて次式を示せ。

$$\int_a^{a+1} \frac{1}{x \log x} dx < \frac{1}{a \log a} \quad (a > 1)$$

(3) 数学的帰納法によって  $\sum_{n=2}^k \frac{1}{n \log n} > \log\{\log(k+1)\}$  を示せ。

(4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \log(n+1)}$  が発散することを示せ。

問題 2. 定数  $c$  は正の実数とする。このとき次の各問いに答えよ。

(1) 等式  $|z - 2ci| = y$  を満たす複素数  $z = x + yi$  の表す図形は放物線である。焦点と準線を求めよ。さらに、この放物線の方程式を  $x, y$  で表せ。

(2) 等式  $|z - ci|^2 + |z - 5ci|^2 = 16c^2$  を満たす複素数  $z$  の表す図形は円である。中心と半径を求めよ。

(3) 不等式  $|z - ci|^2 + |z - 5ci|^2 < 16c^2$  を満たす複素数  $z$  の表す図形は、(1) の放物線の上部にあることを示せ。

問題 3.  $xy$  平面上にある長軸の長さ  $2k$ 、短軸の長さ  $2$  の楕円で囲まれた図形を、 $z$  軸の正の軸方向に  $2k$  だけ平行移動させてできた柱体がある。この柱体を図のように底面の長軸を通り、底面とのなす角が  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq \frac{\pi}{3}$ ) の平面で切ったときの、小さい方の立体を  $V$  とする。このとき次の各問いに答えよ。

(1) 立体  $V$  の体積を求めよ。

(2)  $k \cos \alpha = 1$  のとき、切断面は半円であることを示せ。

