

平成 11 年度入学者選抜試験問題

理学部物理学科

数 学

理 科

(物 理)

前 期 日 程

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は 1 ページから 6 ページまでです。
 - ・数学(1 ページ～2 ページ)
 - ・物理(3 ページ～6 ページ)
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. 監督者の指示にしたがって、解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入しなさい。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答用紙に印刷されている注意事項を読んで解答を始めなさい。
6. 問題を解く際の計算があれば、途中計算も解答用紙に書き、答を枠で囲みなさい。

数 学

I O を原点とする xy 平面上の 2 点 A, B について考える。それらの位置ベクトルは媒介変数 t によって以下のように与えられる(ただし $t > 0$)。

$$\overrightarrow{OA} = \left(2 \cos\left(\frac{2\pi}{11}t + \frac{\pi}{6}\right), 2 \sin\left(\frac{2\pi}{11}t + \frac{\pi}{6}\right) \right)$$

$$\overrightarrow{OB} = \left(5 \cos\left(\frac{2\pi}{13}t\right), 5 \sin\left(\frac{2\pi}{13}t\right) \right)$$

- (1) ベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ の大きさは t によらず、それぞれ一定であることを証明せよ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ のなす角度が π になる最小の t の値を求めよ。
- (3) 三角形 OAB の面積が最大になるという条件を満たす t の中で、最小の t の値を求めよ。

II 関数 $f(x) = e^{-ax} \cos x$ の第 n 次導関数を $f^{(n)}(x)$ で表す。 a は定数で、 $0 < a < 1$ とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) $f(x)$ の第 n 次導関数が、

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n (a^2 + 1)^{\frac{n}{2}} e^{-ax} \cos(x - n\theta)$$

で表されることを数学的帰納法を用いて証明せよ。ただし、 θ は、

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}} \\ \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{a^2 + 1}} \end{cases}$$

を満たす。

(2) a をうまく選べば、 $f^{(n)}(x) = bf(x)$ となるような正の整数 n が存在する。ただし、 b は a および n によって決まる定数である。 n を最小にするような a を求めよ。また、そのときの n の最小値および b の値を求めよ。