

平成 11 年度入学者選抜試験問題

工 学 部

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子の本文は、1 ページから 4 ページまでです。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. 監督者の指示にしたがって、解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入しなさい。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
5. 解答は必ず解答用紙の枠内に記入しなさい。また、必要に応じて計算過程も記入しなさい。
6. 試験終了後、問題冊子と草案用紙は持ち帰りなさい。

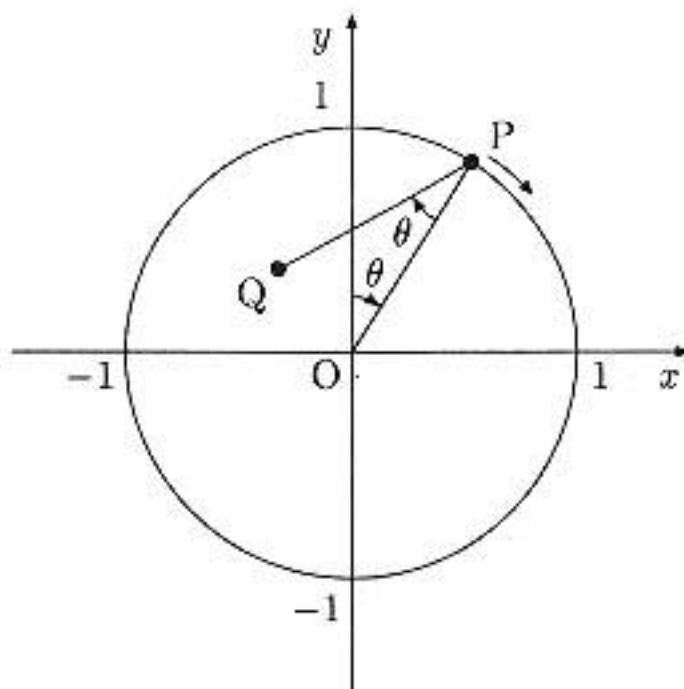
〔1〕 曲線 $y = x + \frac{a}{x}$ ($x > 0$) について次の問いに答えよ。ただし、 a は正の定数とする。

(1) 曲線の概形をかけ。

(2) 曲線上の任意の点 $P\left(p, p + \frac{a}{p}\right)$ における接線 l の方程式を求めよ。

(3) 接線 l と直線 $y = x$ との交点を Q とし、点 Q を通り y 軸に平行な直線と曲線 $y = x + \frac{a}{x}$ ($x > 0$) との交点を R とする。このとき、線分 PQ , QR および曲線の弧 PR で囲まれた部分の面積を求めよ。

- 〔2〕 図のように、 xy 平面上の原点 O を中心とする単位円周上に動点 P があり、第 1 象限を点 $(0, 1)$ から点 $(1, 0)$ まで動くものとする。ここで、線分 OP が y 軸に対して時計回りになす角を θ とする。さらに、点 P を中心として線分 OP と時計回りに角 θ をなす長さ 1 の線分 PQ を考える。このとき、次の問いに答えよ。



- (1) 線分 PQ が x 軸と平行な場合、および点 Q が y 軸上にある場合について、それぞれの θ の値を求めよ。
- (2) 点 Q の x 座標、 y 座標は、それぞれ次式で表されることを示せ。

$$x = \sin \theta - \sin 2\theta, \quad y = \cos \theta - \cos 2\theta$$

- (3) 点 Q の軌跡と直線 $y = 1$ とによって囲まれた部分の面積を求めよ。

〔3〕 xy 平面上に点 P , Q があり, 点 P は曲線 $y = x^2 + 1$ 上を動き, 点 Q は x 軸上を動くものとする。さらに, 原点を O とし, ベクトル $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ で表される点を R とするとき, 次の問いに答えよ。

- (1) 点 P , Q の x 座標をそれぞれ p , q とするとき, 点 R の座標を求めよ。
- (2) 点 P は $-1 \leq x \leq 0$, 点 Q は $0 \leq x \leq 1$ の範囲を動くものとする。このとき, 点 R の動く範囲を図示し, その面積を求めよ。
- (3) 点 R が曲線 $y = x^2 + 1$ 上にあるように 2 点 P , Q が動くものとする。このとき, 平行四辺形 $OPRQ$ の面積 S を p を用いて表せ。また, p の関数 S のグラフの概形をかけ。ただし, $p \neq 0$ とする。

[4] 0でない複素数 $z = x + yi$ を考え、さらに $w = z + \frac{2}{z}$ とおく。ここで、 x, y は実数、 i は虚数単位を表す。

(1) $w = u + vi$ とするとき、 u と v を x と y を用いて表せ。ただし、 u, v は実数とする。

(2) 複素数平面上で z が原点を中心とする単位円周上を動くとき、 w を表す点が描く図形を示せ。

(3) 複素数平面上で z が2点 $1 + i, 2 + 2i$ を結ぶ線分上を動くとき、 w を表す点が描く図形を示せ。