

問題 1. x の範囲が $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ のとき, $f(x) = e^x \cos x$, $g(x) = e^x \sin x$ とする。次の各問いに答えよ。

(1) 曲線 $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ。

(2) $\frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x)$ と $\frac{d}{dx}f(x) - \frac{d}{dx}g(x)$ をそれぞれ $f(x)$, $g(x)$ で表せ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および y 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。

問題 2. 極方程式 $2r^2 \cos^2 \theta + r^2 - 6r \sin \theta = 3$ で与えられる曲線がある。
次の各問いに答えよ。

- (1) この曲線を x, y 座標に関する方程式で表し, そのグラフの概形をかけ。
- (2) この曲線の $y \geq 0$ の部分と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。

問題 3. 座標空間において, 点 P は xy 平面上で, 放物線 $y = x^2$ の上を動く。点 $A(0, -1, 2)$ と点 P を結ぶ直線が xz 平面と交わる点を $Q(x, 0, z)$ とする。次の各問いに答えよ。

(1) 放物線上の点を $P(u, u^2, 0)$ と表すとき, 直線 AP の方程式を媒介変数 t を用いて表せ。

(2) 点 Q の座標を u を用いて表せ。

(3) (2) で求めた関係式において u を消去し, 点 Q の軌跡を表す方程式を求めよ。