

数 学

I $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ として、以下の問に答えよ。

- (1) 曲線 $y = g(x)$ 上の点 $(p, g(p))$ を接点とする接線の方程式を書け。
- (2) この接線が原点を通るとする。このとき p の値をすべて求めよ。
- (3) (2) で求めたそれぞれの p の値に対する接線の傾きを求めよ。
- (4) 上で求めた接線について、各接線ごとに、その接線と曲線 $y = g(x)$ とで囲まれる領域の面積を求めよ。

II 関数 $f(x) = \frac{a^2}{x^2 + a^2}$ について考えよう。

ここで、 a は正の定数とする。 $y = f(x)$ のグラフは図に示すように、山のような形をしている。

- (1) 導関数 $f'(x)$ を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の最大値 H を求めよ。
- (3) $f(x)$ の値が $\frac{1}{2}H$ になる 2 つの x の値を x_1, x_2 とする。
 $|x_2 - x_1|$ の値を山の幅 W と定義する。 W の値を求めよ。
- (4) $x = x_1$ と $x = x_2$ における $|f'(x)|$ の値 P を求めよ。
- (5) 定数 a の値を大きくすると、 P の値、山の幅 W 、および積 PW はそれぞれどのように変化するか、その増減について述べよ。

