〔1〕 次の問いに答えよ。

(1) $f(x) = (x-1)^2$ のとき，$\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t)dt$ を求めよ。

(2) $z = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(1-i)$ のとき，z^{107} の値を求めよ。ただし，$i = \sqrt{-1}$ である。

(3) 整式 $P(x)$ を $x-2$ で割ると 5 余り，$x-1$ で割ると 3 余る。このとき，$P(x)$ を $(x-2)(x-1)$ で割ったときの余りを求めよ。

〔**2**〕関数 $f(a)$ を

$$f(a)=\int_0^1 |(x-1)(x-a)|dx \quad (0 \leqq a \leqq 2)$$

で定義するとき，次の問いに答えよ。

(1) $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ の値を求めよ。

(2) $f(a)$ を a の式で表せ。

(3) $f(a)$ を最小にする a の値を求めよ。

〔3〕 関数 $f(x)=\int_0^x \frac{dt}{1+t^2}\quad (x \geqq 0)$ について，次の問いに答えよ。

(1) $t=\tan\theta$ とおいて，$f(1)$ の値を求めよ。

(2) 関数 $g(x)=f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)\quad (x>0)$ について，$g'(x)=0$ および $g(x)=\frac{\pi}{2}$ を示せ。

(3) (2) で与えられた式 $g(x)=\frac{\pi}{2}$ を用いて，$\lim_{x\to\infty} f(x)$ を求めよ。

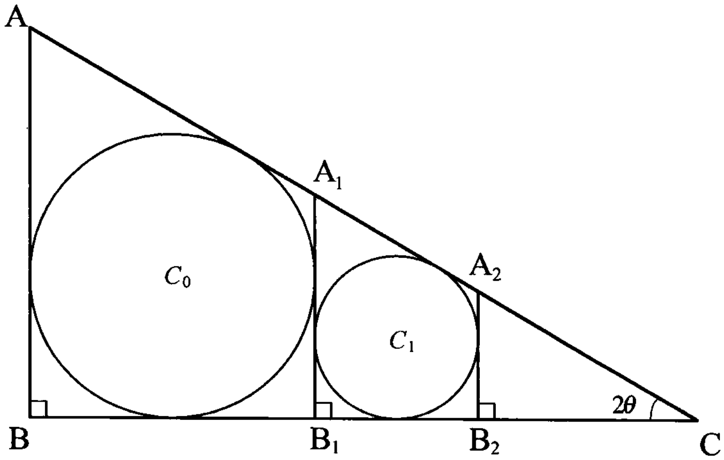
(4) 関数 $y=f(x)\quad (x \geqq 0)$ のグラフの概形をかけ。

〔4〕 図のように，$\angle$B を直角とする $\triangle$ABC とこの三角形の 3 辺に接する円 C_0 がある。辺 AB と平行な円 C_0 の接線が辺 AC および辺 BC と交わる点をそれぞれ A_1，B_1 とし，$\triangle A_1B_1C$ の 3 辺に接する円を C_1 とする。以下同様に点 A_n，B_n を定め，$\triangle A_nB_nC$ の 3 辺に接する円を C_n とする。このとき，円 C_n の半径を r_n，面積を S_n $(n = 0, 1, 2, \cdots\cdots)$ として，次の問いに答えよ。ただし，BC $= a$，$\angle$C $= 2\theta$ $\left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{4}\right)$ とする。

(1) $r_0 = \dfrac{a \tan\theta}{1 + \tan\theta}$ を示せ。

(2) $r_n = \dfrac{1 - \tan\theta}{1 + \tan\theta}\, r_{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$ を示せ。

(3) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} S_n$ を求めよ。



●M12(635—17)