[1]

(1)

C_1, C_2 の方程式を連立して解くと

$$\cos x = \cos 2x$$
$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow (2\cos x + 1)(\cos x - 1) = 0$$
$$\Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2},\ 1$$

$$\therefore x = 0,\ \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi,\ 2\pi (0 \leqq x \leqq 2\pi)$$

となる。よって求める交点の座標は

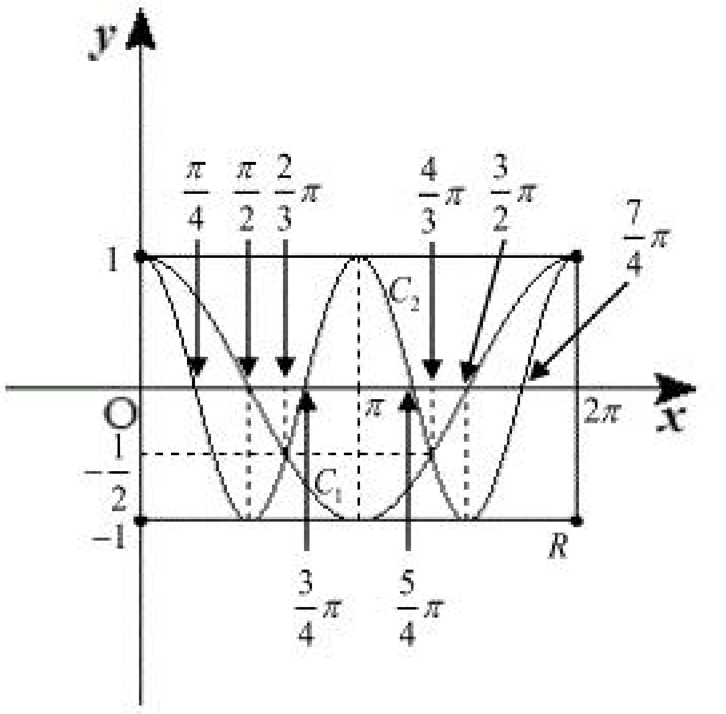
$$(0, 1), \left(\frac{2}{3}\pi, -\frac{1}{2}\right), \left(\frac{4}{3}\pi, -\frac{1}{2}\right), (2\pi, 1)$$

である。

(答) $(0, 1), \left(\frac{2}{3}\pi, -\frac{1}{2}\right), \left(\frac{4}{3}\pi, -\frac{1}{2}\right), (2\pi, 1)$

(2)

求める図は下の通り。



(答) 前図

(3)

(2)の図より,

$$S = \int_0^{\frac{2}{3}\pi} (\cos x - \cos 2x)\,dx + \int_{\frac{2}{3}\pi}^{\frac{4}{3}\pi} (\cos 2x - \cos x)\,dx + \int_{\frac{4}{3}\pi}^{2\pi} (\cos x - \cos 2x)\,dx$$

$$= \left[\sin x - \frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\frac{2}{3}\pi} + \left[\frac{1}{2}\sin 2x - \sin x\right]_{\frac{2}{3}\pi}^{\frac{4}{3}\pi} + \left[\sin x - \frac{1}{2}\sin 2x\right]_{\frac{4}{3}\pi}^{2\pi}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$= 3\sqrt{3}$$

$$T = 2\pi \cdot 2$$
$$= 4\pi$$

となる。

(答) $S = 3\sqrt{3}, T = 4\pi$

(4)

$\sqrt{3} < 2, 3 < \pi$ であるから

$$3\sqrt{3} < 2\pi$$

である。よって

$$S < \frac{T}{2}$$

である。

(答) $S < \frac{T}{2}$