平成２０年度入学者選抜試験問題

理学部数理科学科

数　　　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません．

2　解答用紙４枚と下書き用紙２枚は問題冊子とは別になっています．

3　問題は [１]，[２]，[３]，[４] の４問です．

4　問題の解答を，それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい．

5　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください．

6　監督者の指示にしたがって，４枚の解答用紙それぞれに学部名と**大学受験番号**を正しく記入しなさい．学部名と**大学受験番号**が正しく記入されていない場合は，採点できないことがあります．

7　定規は，使用してもかまいません．

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください．

[1] 連立不等式

$$\begin{cases} 3x+2y \leqq 22 \\ x+4y \leqq 24 \\ x \geqq 0 \\ y \geqq 0 \end{cases}$$

の表す座標平面上の領域を D とする．このとき次の問に答えよ．

(1) 2つの直線

$$3x+2y=22, \qquad x+4y=24$$

の交点の座標を求めよ．

(2) 領域 D を図示せよ．

(3) 点 $(x,\ y)$ が領域 D を動くとき，以下の (i), (ii), (iii) に答えよ．

(i) $x+y$ の最大値，および，その最大値を与える $x,\ y$ の値を求めよ．

(ii) $2x+y$ の最大値，および，その最大値を与える $x,\ y$ の値を求めよ．

(iii) a を正の実数とするとき，$ax+y$ の最大値を求めよ．

[2] 三角形ABCにおいて，辺ABを$a:(1-a)$に内分する点をP，線分CPの中点をM，直線AMと直線BCの交点をQとする．ただし，aは$0<a<1$を満たす定数である．このとき次の問に答えよ．

(1) ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AM}}$を，ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，ベクトル$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$，および$a$を用いて表せ．

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=k\,\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ を満たす実数kをaを用いて表せ．

(3) 三角形MQCの面積をS，三角形MAPの面積をTとする．このとき，$\dfrac{S}{T}$をaを用いて表せ．

[3] 半径1の円に内接する正五角形ABCDEの一辺の長さをaとし，$\alpha = \dfrac{2}{5}\pi$ とおく．このとき次の問に答えよ．

(1) $\sin 3\alpha + \sin 2\alpha = 0$ が成り立つことを証明せよ．

(2) $\cos \alpha$ の値を求めよ．

(3) a の値を求めよ．

(4) 線分ACの長さを求めよ．

[4] 座標平面において，2 つの曲線

$$C_1 : y = \cos x \quad (0 \leqq x \leqq 2\pi)$$
$$C_2 : y = \cos 2x \quad (0 \leqq x \leqq 2\pi)$$

を考える．また，4 つの点 $(0,\ 1)$，$(2\pi,\ 1)$，$(2\pi,\ -1)$，$(0,\ -1)$ を頂点とする長方形を R とする．このとき次の問に答えよ．

(1) 2 つの曲線 C_1 と C_2 の交点の座標を求めよ．

(2) 長方形 R，および 2 つの曲線 C_1，C_2 を描け．

(3) 2 つの曲線 C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とし，長方形 R の面積を T とする．S と T を求めよ．

(4) S と $\dfrac{T}{2}$ の大小を調べよ．