平成２０年度入学者選抜試験問題

医学部医学科

数　学

前　期　日　程

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません.

2　解答用紙４枚と下書き用紙２枚は問題冊子とは別になっています.

3　問題は [1]，[2]，[3]，[4] の４問です.

4　問題の解答を，それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい.

5　試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください.

6　監督者の指示にしたがって，４枚の解答用紙それぞれに学部名と**大学受験番号**を正しく記入しなさい．学部名と**大学受験番号**が正しく記入されていない場合は，採点できないことがあります.

7　定規は，使用してもかまいません.

8　試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください.

[1] 座標平面において，2 つの曲線

$$C_1 : y = \cos x \quad (0 \leqq x \leqq 2\pi)$$

$$C_2 : y = \cos 2x \quad (0 \leqq x \leqq 2\pi)$$

を考える．また，4 つの点 $(0,\ 1)$，$(2\pi,\ 1)$，$(2\pi,\ -1)$，$(0,\ -1)$ を頂点とする長方形を R とする．このとき次の問に答えよ．

(1) 2 つの曲線 C_1 と C_2 の交点の座標を求めよ．

(2) 長方形 R，および 2 つの曲線 C_1，C_2 を描け．

(3) 2 つの曲線 C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を S とし，長方形 R の面積を T とする．S と T を求めよ．

(4) S と $\dfrac{T}{2}$ の大小を調べよ．

◇M14(896—104)

[2] r を正の実数とする．座標平面上に 2 点

$$\mathrm{P}(-2r-1,\ 2\sqrt{3}r),\quad \mathrm{Q}(r+1,\ \sqrt{3}r)$$

をとり，P，Q を中心とする半径 $2r$，r の円をそれぞれ C，D とする．このとき次の問に答えよ．

(1) 原点 O を中心として Q を反時計回りに 60° 回転した点 Q$'$ の座標を r を用いて表せ．

(2) 線分 PQ$'$ の長さを r を用いて表せ．

(3) 原点 O を中心として D を反時計回りに 60° 回転した円を D' とする．C と D' が相異なる 2 点で交わるように r の値の範囲を定めよ．

(4) C 上を動く点 P_1 と，D 上を動く点 Q_1 を考える．三角形 $\mathrm{OP}_1\mathrm{Q}_1$ が正三角形となるような P_1 と Q_1 の組がただ一組存在するように r の値を定めよ．さらに，そのときの正三角形を定める P_1 の座標を求めよ．

[3] 図のように，東西方向に走る 4 本の道と，南北方向に走る 5 本の道をもつ地区がある.

(1) 赤玉が 4 個，白玉が 4 個入った袋をもって A 地点に立ち，その後，下記の手順 $[a_1]$, $[a_2]$, $[a_3]$ にしたがって行動するものとする.

$[a_1]$ 袋から無作為に玉を 1 個取り出す. 取り出した玉は袋に戻さない.

$[a_2]$ 取り出した玉の色が赤ならば現在地より一区画東の地点に移動し，白ならば一区画北の地点に移動する. ただし，この地区の外に出ることは禁じられている. 取り出した玉の色の指示にしたがう移動ができない場合は，移動せず，もう 1 回袋から無作為に玉を 1 個取り出し，$[a_2]$ の冒頭に戻る. なお，このときも，取り出した玉は袋に戻さない.

$[a_3]$ 移動後の地点で再び $[a_1]$ から始まる手順にしたがう行動を開始する. B 地点に到着するまでこれを繰り返す.

このとき次の (i), (ii), (iii) に答えよ.

(i) C 地点を経由して B 地点に到着する確率 P_1 を求めよ.

(ii) E 地点と F 地点を経由し，しかも，玉を取り出す回数が 8 回で B 地点に到着する確率 P_2 を求めよ.

(iii) D 地点を経由せず，しかも，玉を取り出す回数が 7 回で B 地点に到着する確率 P_3 を求めよ.

(2) D 地点に赤玉と白玉が同じ個数入っている箱を設置し，次の規則 $[b]$ を考える.

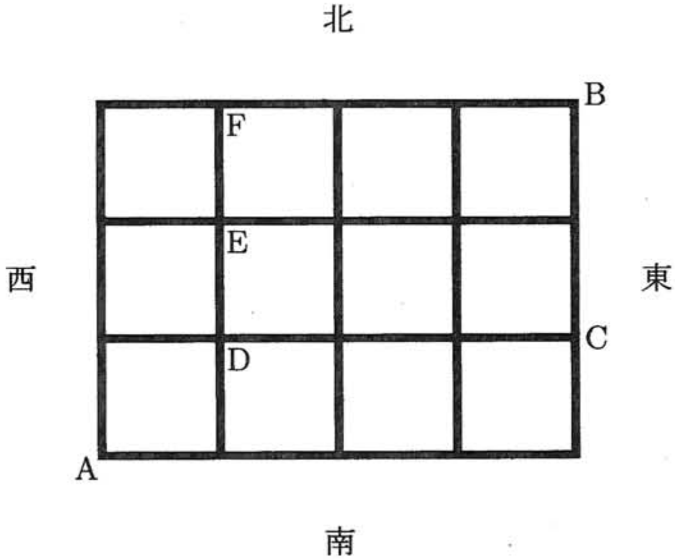
$[b]$ 移動の過程で D 地点に到着した場合は，到着の直後に，その箱の中から無作為に玉を 1 個取り出し，上述の袋に入れる.

赤玉が 4 個，白玉が 4 個入った袋をもって A 地点に立ち，その後，$[a_1]$, $[a_2]$, $[a_3]$, および $[b]$ にしたがって行動するものとする.

このとき次の (i), (ii) に答えよ.

(i) 袋から玉を取り出す回数が 9 回で B 地点に到着する確率 P_4 を求めよ.

(ii) 袋から玉を取り出す回数が 7 回で B 地点に到着する確率 P_5 を求めよ.



[4] $f(\theta)=(1+\cos\theta)(\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta)+4$ とおく．極方程式

$$r=f(\theta) \quad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

で表される曲線を C とする．このとき次の問に答えよ．

(1) 原点を中心として x 軸を θ だけ回転した直線が C によって切り取られてできる線分を L とする．L の長さ ℓ を θ を用いて表せ．

(2) 長さ ℓ $(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ の最大値と最小値を求めよ．また，そのときの θ の値を求めよ．

(3) L の中点 M が描く曲線の極方程式を

$$r=g(\theta) \quad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

とする．$g(\theta)$ を求めよ．

(4) M が描く曲線の方程式を直交座標 $(x,\ y)$ を用いて表せ．

(5) θ が $\frac{7}{6}\pi \leqq \theta \leqq 2\pi$ の範囲を動くとき，M が描く曲線を図示せよ．