

平成 2 1 年度入学者選抜試験問題

理学部数理科学科

数 学

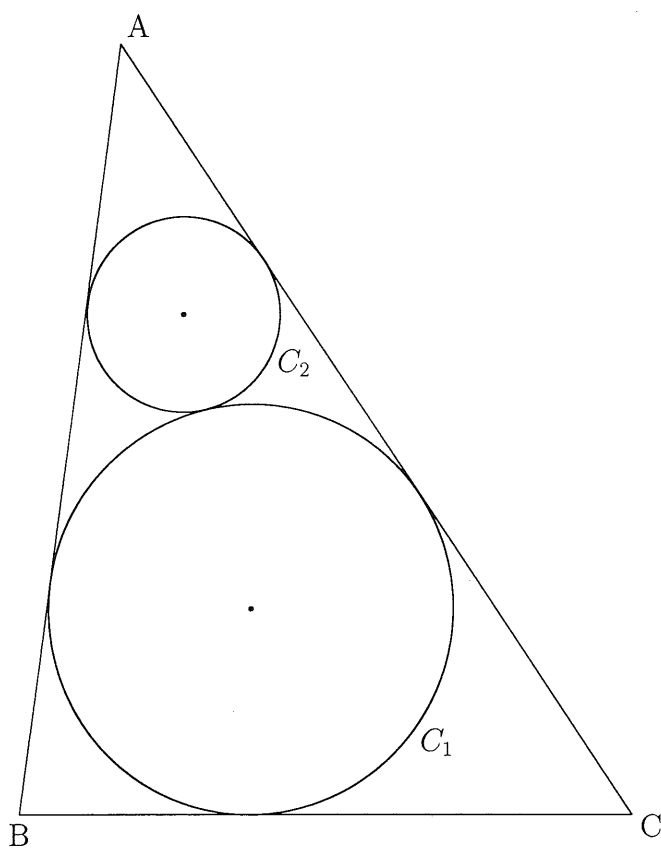
前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 2 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は [1], [2], [3], [4] の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と**大学受験番号**を正しく記入しなさい。学部名と**大学受験番号**が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

〔1〕 三角形 ABC において $AB = 5$, $BC = 4$, $CA = 6$ とするとき, 次の問に答えよ.

- (1) $\angle A$ の大きさを θ とするとき, $\sin \theta$ と $\sin \frac{\theta}{2}$ の値を求めよ.
- (2) 三角形 ABC の面積 S を求めよ.
- (3) 三角形 ABC の内接円 C_1 の半径 r_1 を求めよ.
- (4) 2 辺 AB, CA に接し, かつ円 C_1 に外接する円 C_2 の半径 r_2 を求めよ.



[2] 座標平面上の4点 $O(0, 0)$, $A(2, 3)$, $B(3, -1)$, $C(-2, -4)$ を用いて, 点 X_i ($i = 0, 1, 2, 3, \dots$) を次の条件 (a), (b) によって定める.

(a) $X_0 = O$

(b) $\overrightarrow{OX_{i+1}} = \overrightarrow{OX_i} + \frac{1}{2} \overrightarrow{X_iA} + \frac{1}{4} \overrightarrow{X_iB} + \frac{1}{8} \overrightarrow{X_iC}$

このとき, 次の問に答えよ.

(1) $\overrightarrow{OX_1}$ を成分表示せよ.

(2) 各 i ($i = 1, 2, 3, \dots$) に対して, $\overrightarrow{X_{i-1}X_i}$ の大きさ $|\overrightarrow{X_{i-1}X_i}|$ を求めよ.

(3) $\sum_{i=1}^n |\overrightarrow{X_{i-1}X_i}|$ を求めよ. ただし, n は自然数とする.

[3] 行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の表す 1 次変換を f とする. ただし, $ad - bc \neq 0$ であ

る. 放物線 $y = x^2$ 上の点 P の f による像を点 Q とし, Q の f による像を点 R とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) Q が x 軸上にあるとき, P の座標を求めよ.
- (2) Q がつねに $y = x^2$ 上にあるための条件を a, b, c, d を用いて表せ.
- (3) R がつねに $y = x^2$ 上にあり, さらに $a = 2$ のとき, $ad - bc$ の値を求めよ.

[4] 座標平面上の曲線 C は媒介変数 θ を用いて

$$x = \cos \theta, \quad y = \cos 2\theta + 2 \sin \theta - 1$$

によって表されている. ただし, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ である. このとき, 次の間に答えよ.

- (1) θ の範囲を $0 \leq \theta \leq \pi$ とするとき, y を x の関数として $y = f(x)$ の形で表せ.
- (2) θ の範囲を $0 \leq \theta \leq \pi$ とするとき, $f(x)$ の増減表をかき, $y = f(x)$ のグラフを図示せよ.
- (3) θ の範囲を $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ とするとき, y を x の関数として $y = g(x)$ の形で表せ.
- (4) θ の範囲を $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ とするとき, $g(x)$ の増減表をかき, $y = g(x)$ のグラフを図示せよ.
- (5) 曲線 C の概形を描け.
- (6) 曲線 C によって囲まれた図形の面積 S を求めよ.