

平成 2 1 年度入学者選抜試験問題

医学部医学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 2 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は [1], [2], [3], [4] の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と**大学受験番号**を正しく記入しなさい。学部名と**大学受験番号**が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

〔1〕 次の問に答えよ.

- (1) 自然数の列が次のように1個, 2個, 3個, 4個, $\dots$ の数を含む群に分けられている.

$$\left| 1 \right| \left| 2 \ 3 \right| \left| 4 \ 5 \ 6 \right| \left| 7 \ 8 \ 9 \ 10 \right| \left| 11 \ \dots \right|$$

たとえば, 9は第4群の第3番目の数である. このとき, 次の (i), (ii) に答えよ.

- (i) 100 は第何群の第何番目の数であるかを求めよ.
(ii) 第 m 群の第 k 番目の数を求めよ.
- (2) x 座標, y 座標を自然数とする座標平面上の点の列が, 以下の規則に従って与えられている.

[第1段] $A_1 = (1, 1)$,

[第2段] $A_2 = (2, 1)$, $A_3 = (1, 2)$,

[第3段] $A_4 = (3, 1)$, $A_5 = (2, 2)$, $A_6 = (1, 3)$,

[第4段] $A_7 = (4, 1)$, $A_8 = (3, 2)$, $A_9 = (2, 3)$, $A_{10} = (1, 4)$,

[第5段] $A_{11} = (5, 1)$, $\dots$

$\vdots$

このとき, 次の (i), (ii) に答えよ.

- (i) A_n が第 m 段に入るとき, A_n の座標を m, n で表せ.
(ii) A_n が第 m 段に入るとき, A_1 から A_n までの y 座標の和を m, n で表せ.

[2] 行列 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の表す 1 次変換を f とする. ただし, $ad - bc \neq 0$ であ

る. 放物線 $y = x^2$ 上の点 P の f による像を点 Q とし, Q の f による像を点 R とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) Q が x 軸上にあるとき, P の座標を求めよ.
- (2) Q がつねに $y = x^2$ 上にあるための条件を a, b, c, d を用いて表せ.
- (3) R がつねに $y = x^2$ 上にあり, さらに $a = 2$ のとき, $ad - bc$ の値を求めよ.

[3] $\log x$ を x の自然対数とする．このとき，次の問に答えよ．

- (1) $x > -1$ のとき，次の不等式 (I)，(II) が成り立つことを証明せよ．また，等号が成り立つときの x の値を求めよ．

$$(\text{ I }) \quad \frac{x}{x+1} \leq \log(1+x)$$

$$(\text{ II }) \quad \log(1+x) \leq x$$

- (2) $a > 0$ を定数とする．自然数 n に対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n \log \left(1 + \frac{k^a}{n^{a+1}} \right)$$

とおくとき，次の不等式が成り立つことを証明せよ．

$$\frac{1}{n^a(n+1)} \sum_{k=1}^n k^a < S_n < \frac{1}{n^{a+1}} \sum_{k=1}^n k^a$$

- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ の値を求めよ．

[4] 確率と期待値について次の間に答えよ. ただし, n は 2 以上の自然数とする.

- (1) 箱の中に 1 から n までの数字が 1 つずつ書かれた n 枚のカードが入っている. この中から 1 枚のカードを取り出すとき, 書かれている数字が偶数である確率を求めよ.
- (2) 2 つの箱の中に 1 から n までの数字が 1 つずつ書かれた n 枚のカードがそれぞれ入っている. いま 2 つの箱からカードを 1 枚ずつ取り出す. このとき, 次の (i), (ii), (iii) に答えよ.
 - (i) 2 枚のカードに書かれている数字の合計が偶数である確率 P を求めよ.
 - (ii) 2 枚のカードに書かれている数字の合計が k になる確率 $P(k)$ を求めよ. ただし, $2 \leq k \leq 2n$ とする.
 - (iii) 2 枚のカードに書かれている数字の合計の期待値 E を求めよ.