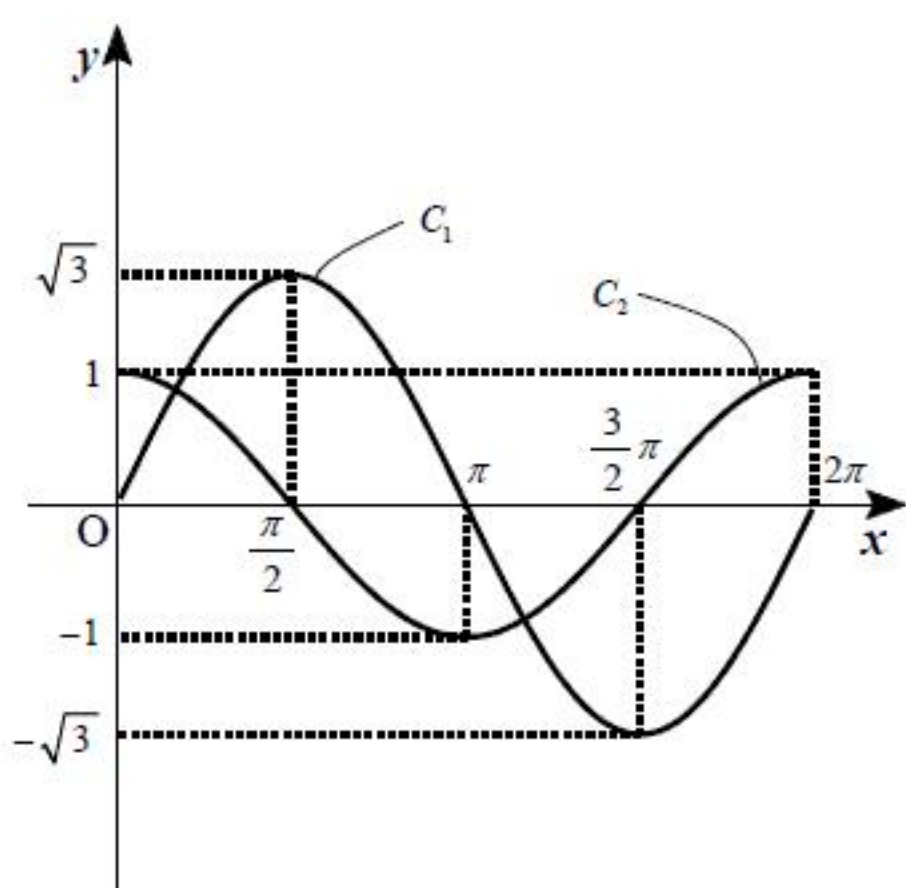


(1)



(答) 前図

(2)

C_1, C_2 の交点の x 座標は、次の等式を満たす。

$$\begin{aligned}\sqrt{3} \sin x &= \cos x \\ \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x - \cos x &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) &= 0\end{aligned}$$

ここで、 $0 \leq x \leq 2\pi \Leftrightarrow -\frac{\pi}{6} \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{11}{6}\pi$ であるから、

C_1, C_2 の交点の x 座標は、

$$x - \frac{\pi}{6} = 0, \pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi$$

である。

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ のとき, } y = \sqrt{3} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{7}{6}\pi \text{ のとき, } y = \sqrt{3} \sin \frac{7}{6}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

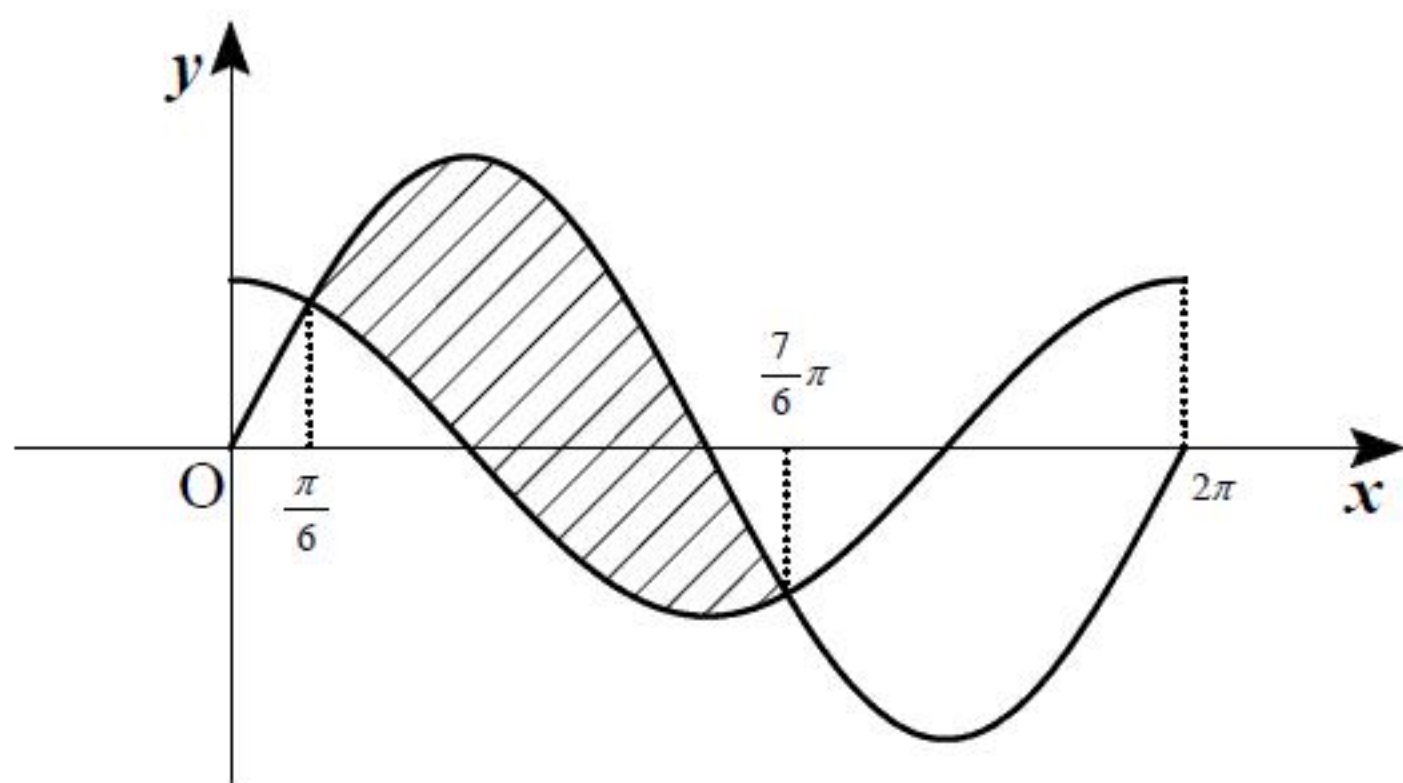
であるから、 C_1, C_2 の交点の座標は、

$$\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \left(\frac{7}{6}\pi, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

となる。

$$(\text{答}) \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right), \left(\frac{7}{6}\pi, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

(3)



求める面積は前図斜線部の面積であり、

$$\begin{aligned}S &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7}{6}\pi} (\sqrt{3} \sin x - \cos x) dx \\ &= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7}{6}\pi} 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) dx \\ &= \left[-2 \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) \right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{7}{6}\pi} \\ &= -2(\cos \pi - \cos 0) \\ &= 4\end{aligned}$$

と計算できる。

(答) 4

Ⅱ

(1)

[1] $-1 < x < 2$ のとき

$$f(x) = -(x-2)\sqrt{x+1}$$

であるから、

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\sqrt{x+1} - (x-2) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \\ &= \frac{-3x}{2\sqrt{x+1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{-3 \cdot 2\sqrt{x+1} - (-3x) \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}}}{4(x+1)} \\ &= \frac{-3x-6}{4(x+1)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

となる。

[2] $2 < x$ のとき

$$f(x) = (x-2)\sqrt{x+1}$$

であるから、

$$\begin{aligned} f'(x) &= \sqrt{x+1} + (x-2) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}} \\ &= \frac{3x}{2\sqrt{x+1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \frac{3 \cdot 2\sqrt{x+1} - 3x \cdot \frac{1}{\sqrt{x+1}}}{4(x+1)} \\ &= \frac{3x+6}{4(x+1)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

となる。

(答) $f'(x) = \begin{cases} \frac{-3x}{2\sqrt{x+1}} & (-1 < x < 2 \text{ のとき}) \\ \frac{3x}{2\sqrt{x+1}} & (2 < x \text{ のとき}) \end{cases}$

$f''(x) = \begin{cases} \frac{-3x-6}{4(x+1)^{\frac{3}{2}}} & (-1 < x < 2 \text{ のとき}) \\ \frac{3x+6}{4(x+1)^{\frac{3}{2}}} & (2 < x \text{ のとき}) \end{cases}$

(2)

(1)の結果より、 $f(x)$ の増減、極値、凹凸は次表のようになり、

x	-1	...	0	...	2	...
$f'(x)$		+	0	-		+
$f''(x)$		-		-		+
$f(x)$	0	↗	2	↘	0	↗

これをもとに、 $y=f(x)$ のグラフを書くと次図のようになる。

