

平成 22 年度入学者選抜試験問題

理学部数理科学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 2 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は [1], [2], [3], [4] の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と**大学受験番号**を正しく記入しなさい。学部名と**大学受験番号**が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

〔1〕 放物線 $C: y = -x^2 + 1$ と直線 $l: y = a$ がある. ただし, $0 < a < 1$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) C と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ.

(2) C と l で囲まれた部分の面積を S とする. このとき, S を a を用いて表せ.

(3) $S = \frac{\sqrt{2}}{3}$ のとき, a の値を求めよ.

(4) $y = |-x^2 + 1|$ のグラフを描け.

(5) $S = \frac{\sqrt{2}}{3}$ のとき, 曲線 $y = |-x^2 + 1|$ と l で囲まれた部分の面積を求めよ.

[2] 原点を中心とする半径 1 の円を C_1 とする. $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ を満たす定数 θ に対して, C_1 上に点 $P(\sin \theta, \cos \theta)$, 点 $Q(-\cos \theta, -\sin \theta)$, 点 $R(-\sin \theta, -\cos \theta)$ をとる. さらに, P を中心とし, Q を通る円を C_2 , R を中心とし, Q を通る円を C_3 とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) C_2 と C_3 の 2 つの交点のうち, Q と異なる点を S とする. このとき, C_1 は S を通ることを証明せよ.
- (2) S の座標を θ を用いて表せ.
- (3) C_2 と C_3 で囲まれた部分の面積を求めよ.

[3] 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して $\Delta = ad - bc$ とおく. このとき,

行列

$$S = \begin{pmatrix} s-2 & 4-s \\ 4-s & 2-s \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 1-t & t^2-1 \\ t+1 & t-1 \end{pmatrix}$$

について, 次の間に答えよ.

(1) S が $\Delta = -2$ を満たすとき, 次の (i), (ii), (iii) に答えよ.

(i) S を求めよ.

(ii) S^2 を求めよ.

(iii) $S + S^2 + \cdots + S^{2n-1} + S^{2n}$ を求めよ. ただし, n は自然数とする.

(2) T が $\Delta = 0$ を満たすとき, 次の (i), (ii), (iii) に答えよ.

(i) T を求めよ.

(ii) T^2 を求めよ.

(iii) $(E + T)^n$ を求めよ. ただし, E は 2 次の単位行列とし, n は自然数とする.

[4] 次の問に答えよ.

(1) $e^x - 1 - x e^{\frac{x}{2}} > 0$ を満たす x の範囲を求めよ.

(2) $x \neq 0$ のとき, $\frac{e^x - 1}{x}$ と $e^{\frac{x}{2}}$ の大小を調べよ.

(3) p を $0 < p < 1$ である定数とする. $x > 0$, $x \neq 1$ のとき

$\frac{x^p - 1}{x - 1}$ と $p x^{\frac{p-1}{2}}$ の大小を調べよ.