

平成22年度入学者選抜試験問題

医学部医学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙4枚と下書き用紙2枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は[1]，[2]，[3]，[4]の4問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4枚の解答用紙それぞれに学部名と**大学受験番号**を正しく記入しなさい。学部名と**大学受験番号**が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

- [1] 自然数全体から，偶数と 3^k (k は自然数) と表される数を取り出して，小さい方から順に並べたものを

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

とする．この数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ．

- (1) $a_n = 1000$ となる n を求めよ．
- (2) $a_n = 3^m$ (m は自然数) となる n を m を用いて表せ．
- (3) 一般項 a_n を求めよ．
- (4) 第 n 項までの和を S_n とする．自然数 m に対して $3^m \leq a_n < 3^{m+1}$ であるとき， S_n を m, n を用いて表せ．

[2] 行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ に対して $\Delta = ad - bc$ とおく. このとき,

行列

$$S = \begin{pmatrix} s-2 & 4-s \\ 4-s & 2-s \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 1-t & t^2-1 \\ t+1 & t-1 \end{pmatrix}$$

について, 次の問に答えよ.

(1) S が $\Delta = -2$ を満たすとき, 次の (i), (ii), (iii) に答えよ.

(i) S を求めよ.

(ii) S^2 を求めよ.

(iii) $S + S^2 + \cdots + S^{2n-1} + S^{2n}$ を求めよ. ただし, n は自然数とする.

(2) T が $\Delta = 0$ を満たすとき, 次の (i), (ii), (iii) に答えよ.

(i) T を求めよ.

(ii) T^2 を求めよ.

(iii) $(E + T)^n$ を求めよ. ただし, E は 2 次の単位行列とし, n は自然数とする.

[3] 次の問に答えよ.

(1) $e^x - 1 - x e^{\frac{x}{2}} > 0$ を満たす x の範囲を求めよ.

(2) $x \neq 0$ のとき, $\frac{e^x - 1}{x}$ と $e^{\frac{x}{2}}$ の大小を調べよ.

(3) p を $0 < p < 1$ である定数とする. $x > 0$, $x \neq 1$ のとき
 $\frac{x^p - 1}{x - 1}$ と $p x^{\frac{p-1}{2}}$ の大小を調べよ.

- [4] 関数 $f(x)$ は、すべての実数 x に対して $f(x+2\pi) = f(x)$ を満たす連続な関数とし、 $\int_0^{2\pi} f(t) dt > 0$ とする。さらに

$$g(x) = x^3 + (3x^2 - 1) \int_0^{\pi} f(2t + x) dt$$

とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) すべての実数 a に対して $\int_0^a f(t) dt = \int_{2\pi}^{a+2\pi} f(t) dt$ が成り立つことを示せ。
- (2) すべての実数 a に対して $\int_a^{a+2\pi} f(t) dt = \int_0^{2\pi} f(t) dt$ が成り立つことを示せ。
- (3) 関数 $g(x)$ は 3 次関数であることを示せ。
- (4) 関数 $g(x)$ の極大値と極小値を $c = \int_0^{2\pi} f(t) dt$ を用いて表せ。
- (5) 方程式 $g(x) = 0$ の異なる実数解がちょうど 2 個のとき、 c の値を求めよ。