

平成 22 年度入学者選抜試験問題

工 学 部

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は、1 ページから 4 ページまでです。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 監督者の指示にしたがって、解答用紙に大学受験番号を正しく記入してください。大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 5 解答は、解答用紙の注意事項にしたがって記入してください。また、必要に応じて計算過程も記入してください。
- 6 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

〔1〕 次の問いに答えよ。

(1) $f(x) = x^4 - 12x^2 + 8$ のとき, $f(x) + f''(x) = 0$ によって表される
4 次方程式の実数解を求めよ。

(2) $\sin \frac{19}{12}\pi$ の値を求めよ。

(3) 定積分 $\int_0^\pi x \sin^2 x \, dx$ を求めよ。

〔2〕 xy 平面上に直線 $l: y = x + 2$ と曲線 $C: y = 1 - x^2$ がある。直線 l 上を動く点 P から曲線 C に異なる 2 本の接線を引き、接点を Q, R とする。線分 QR の中点を M とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 点 P の x 座標を t とし、2 点 Q, R の x 座標をそれぞれ α, β とするとき、 $\alpha + \beta = 2t$ および $\alpha\beta = -(t + 1)$ を示せ。

(2) 点 M の軌跡は曲線 $y = -2x^2 - x$ であることを示せ。

(3) 点 M の軌跡と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

〔3〕 a, b, c を実数とすると、関数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ に対して、関数 $F(x)$ を $F(x) = \int_0^x (x+1-t)f(t) dt$ により定める。次の問いに答えよ。

(1) $F''(x) = f(x) + f'(x)$ および $F'(0) = f(0)$ を示せ。

(2) $a = 1, b = c = 0$ のとき、 $F(x)$ を求めよ。

(3) $F(x) = x^4 + x^2 + 26x$ となるように、 a, b, c の値を定めよ。

〔4〕 数列 $\{x_n\}$ が

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} = 3x_n + \frac{1}{2^{n+1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められるとき、次の問いに答えよ。

(1) x_2, x_3 を求めよ。

(2) $a_n = \frac{x_n}{3^n}$ で定まる数列 $\{a_n\}$ は

$$a_{n+1} = a_n + \frac{1}{6^{n+1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすことを示せ。

(3) 数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n - 3^n c) = 0$ となる定数 c を求めよ。