

平成23年度入学者選抜試験問題

医学部医学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙4枚と下書き用紙4枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は[1]，[2]，[3]，[4]の4問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4枚の解答用紙それぞれに学部名と大学受験番号を正しく記入しなさい。学部名と大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

- [1] 座標平面において、点 $(2, 0)$ を中心とする半径 2 の円を C とする。点 $(1, 0)$ を通る直線 l_1 と円 C との交点を A, B とし、点 $(3, 0)$ を通る直線 l_2 と円 C との交点を P, Q とする。さらに、 l_1 と l_2 は垂直に交わるとする。ただし、 l_2 は座標軸とは一致しない。 l_1 の傾きを k で表す。このとき、次の間に答えよ。

- (1) l_1 と l_2 の交点 D は円 C の内部にあることを示せ。
- (2) 弦 AB の長さを k を用いて表せ。
- (3) 弦 PQ の長さを k を用いて表せ。
- (4) 四角形 $APBQ$ の面積の最大値を求めよ。

[2] 媒介変数 t を用いて $x = t^2$, $y = t^3$ と表される曲線を C とする. ただし, t は実数全体を動くとする. また, 実数 a ($a \neq 0$) に対して, 点 (a^2, a^3) における C の接線を l_a とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) l_a の方程式を求めよ.

(2) 曲線 C の $0 \leq t \leq 1$ に対応する部分の長さを求めよ. ただし, 曲線 $x = f(t)$, $y = g(t)$ の $\alpha \leq t \leq \beta$ に対応する部分の長さは

$$\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \text{ であたえられる.}$$

(3) 曲線 C と 直線 l_1 で囲まれた図形の面積を求めよ.

(4) 曲線 C と 直線 l_1 で囲まれた図形を y 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ.

- [3] 座標平面上で原点を中心とする角 θ (ラジアン) の回転移動を表す行列を $R(\theta)$ とする. また, $0 < \theta < \pi$ ($\theta \neq \frac{\pi}{2}$) となる θ に対し, 直線 $y = (\tan \theta)x$ に関する対称移動を表す行列を $A(\theta)$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

(1) 行列 $X = R(\theta)^{-1}A(\theta)R(\theta)$ を求めよ. また, s に対して

$XR(s)X = R(t)$ を満たす t を求めよ. ただし, $R(\theta)^{-1}$ は $R(\theta)$ の逆行列である.

(2) $0 < \alpha < \pi$, $0 < \beta < \pi$ ($\alpha, \beta \neq \frac{\pi}{2}$) のとき, $A(\alpha)A(\beta)$ を求めよ.

(3) $0 < \beta < \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ のとき, $A(\alpha)A(\beta) = A(\beta)A(\alpha)$ となるための必要十分条件を α, β を用いて表せ.

(4) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ で, 点 $(\tan \alpha, \tan \beta)$ が曲線 $y = \frac{3x-1}{x+3}$

上にあるとき, 次の ①, ② に答えよ.

① $\tan(\alpha - \beta)$ の値を求めよ.

② $A(\alpha)A(\beta)$ を求めよ.

〔4〕 次の問に答えよ.

- (1) 自然数 p, q を自然数 m で割ったときの余りをそれぞれ r, s とする. このとき, $pq - rs$ は m の倍数であることを示せ.
- (2) n が自然数のとき, 3^n を 4 で割ったときの余りを求めよ.
- (3) n を自然数とし, r を実数とすると, 二項展開を利用して

$$\sum_{k=1}^n {}_{2n}C_{2k-1} \cdot r^{2k-1}$$

を求めよ.

- (4) サイコロを $2n$ 回振り, 出た目をすべて掛け合わせた数を X_n とする. 使用するサイコロの目は 1, 2, 3, 4, 5, 6 であり, どの目の出る確率も $\frac{1}{6}$ である. このとき, X_n を 4 で割ったときの余りが 3 である確率 P_n を求めよ.