

平成 23 年度入学者選抜試験問題

工 学 部

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は、1 ページから 4 ページまでです。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 監督者の指示にしたがって、解答用紙に大学受験番号を正しく記入してください。大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 5 解答は、解答用紙の注意事項にしたがって記入してください。また、必要に応じて計算過程も記入してください。
- 6 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

〔1〕 次の問いに答えよ。

- (1) $0 \leq x < 2\pi$ のとき，方程式 $6\sin^2 x + 5\cos x - 2 = 0$ を満たす x の値を求めよ。
- (2) 座標空間に 4 点 $A(2, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(-1, 1, 0)$, $D(1, 1, -9)$ がある。
四面体 $ABCD$ の体積を求めよ。
- (3) 7 で割ると 2 余り，11 で割ると 3 余るような 300 以下の自然数をすべて求めよ。

〔2〕 2 次の正方行列 A, B と実数 p が

$$A + B = 3E, \quad pA - B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}, \quad AB = O$$

を満たすとき、次の問いに答えよ。ただし、 E は単位行列、 O は零行列である。

(1) $(p+1)A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$, $(p+1)B = \begin{pmatrix} 3p & 3 \\ 6 & 3(p-1) \end{pmatrix}$ を示せ。

(2) 実数 p の値と行列 A, B を求めよ。

(3) 自然数 n に対して、 $A^{n+1} = 3A^n$ を示し、 A^n を求めよ。

〔3〕 xy 平面上に直線 $l: y = (1 - \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3}$ と曲線 $C: y = -x^2 + 3x$ がある。次の問いに答えよ。

(1) 直線 l と曲線 C の交点の座標を求めよ。

(2) 連立不等式

$$\begin{cases} y \geq (1 - \sqrt{3})x + 1 + \sqrt{3} \\ y \leq -x^2 + 3x \end{cases}$$

の表す領域を D とする。

(i) 領域 D を xy 平面上に図示し、 D の面積を求めよ。

(ii) 点 (x, y) が領域 D を動くとき、 $\frac{y}{x}$ の最大値と最小値を求めよ。

〔4〕 xy 平面上に曲線 $C: y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) がある。曲線 C 上の点 $P\left(t, \frac{1}{t}\right)$ における接線を l とし、原点 O から l に下ろした垂線を OH とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方程式は $y = -\frac{1}{t^2}x + \frac{2}{t}$ であることを示せ。

(2) 点 H の座標は $\left(\frac{2t}{1+t^4}, \frac{2t^3}{1+t^4}\right)$ であることを示せ。

(3) 直線 l と y 軸のなす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とし、線分 OH の長さを d とする。

(i) t^2, d^2 を θ の式で表せ。

(ii) $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{d^2}{\theta}$ を求めよ。