

平成23年度入学者選抜試験問題

農学部食料生命環境学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙4枚と下書き用紙4枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は[1]，[2]，[3]，[4]の4問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4枚の解答用紙それぞれに学部名と大学受験番号を正しく記入しなさい。学部名と大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点できないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

[1] 四角形 ABCD が円に内接しており、 $\angle ABC = 120^\circ$ 、 $AB = 2$ 、 $BC = \sqrt{3} - 1$ を満たしているとする。このとき、次の間に答えよ。ただし、 $CD = a$ 、 $AD = b$ とおき、2つの対角線 AC、BD の交点を O とする。

- (1) 対角線 AC の長さ と $\angle ACB$ の大きさを求めよ。
- (2) 対角線 AC と BD が直交するとき、三角形 AOB と三角形 DOC は合同であることを示せ。
- (3) 対角線 AC と BD が直交するとき、 a 、 b の値を求めよ。
- (4) $b = 2a$ のとき、 a の値と $\angle DCA$ 、 $\angle BAD$ の大きさを求めよ。
- (5) $b = 2a$ のとき、三角形 ABD に内接する円の半径 r の値を求めよ。

- [2] 袋の中に5個の玉が入っている. それらは, 0 と書かれた玉が2個, 1 と書かれた玉, -1 と書かれた玉, 2 と書かれた玉がそれぞれ1個ずつである. この袋の中から3個の玉を取り出す. 取り出した3個の玉に書かれた数字の和を m とする. 次に, 袋の中に残った2個の玉に書かれた数字の積を n とする. このように定義された m と n のもとで, 2次関数

$$f(x) = x^2 - mx + n$$

を考える. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) m のとり得る値をすべて求めよ.
- (2) m と n のとり得る組合せ (m, n) をすべて求めよ.
- (3) m と n のとり得る組合せ (m, n) のすべてについて, それぞれが起こる確率を求めよ.
- (4) 不等式 $f(x) > 0$ がすべての実数 x について成り立つ確率を求めよ.
- (5) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる実数解 α, β をもち, 同時に $\alpha < 2$ かつ $\beta < 2$ となる確率を求めよ.

[3] 正の定数 k に対し、曲線 $y = kx^2$ を C とする。この曲線 C を用いて、数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

(i) $a_1 > 0$

(ii) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し、点 $P_n(a_n, k(a_n)^2)$ における曲線 C の接線と x 軸との交点の x 座標を a_{n+1} とする。

このとき、次の問に答えよ。

(1) 曲線 C 上の点 P_1 における接線の方程式を求めよ。

(2) a_2 を a_1 で表せ。

(3) a_n を a_1 で表せ。

(4) 曲線 C , x 軸, 直線 $x = a_n$, $x = a_{n+1}$ で囲まれた図形の面積を S_n とする。 S_n を a_1 で表せ。

(5) $T_n = S_1 + S_3 + \dots + S_{2n-1}$ とする。 T_n を a_1 で表せ。

(6) $U_n = S_2 + S_4 + \dots + S_{2n}$ とする。 $\frac{U_n}{T_n}$ を求めよ。

[4] 座標空間内に 2 点 $A(0, 2, 1)$, $B(2, -1, 2)$ があり, 点 $P(x, y, 0)$ は $\overrightarrow{PA} \perp \overrightarrow{PB}$ を満たしながら動くものとする. このとき, 次の間に答えよ.

(1) $\overrightarrow{PA}$ と $\overrightarrow{PB}$ を成分で表せ.

(2) x と y が満たすべき関係式を求めよ.

(3) x と y が (2) の関係式を満たすとき, $2x-3y$ の値の範囲を求めよ.

(4) 三角形 PAB の面積の最大値を求めよ. また, そのときの $\angle PAB$ の大きさを求めよ.