

平成 24 年度入学者選抜試験問題
医学部医学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 4 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は「第 1 問」、「第 2 問」、「第 3 問」、「第 4 問」の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と大学受験番号を正しく記入しなさい。学部名と大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

第1問

袋の中に 1 から 8 までの数字が 1 つずつ重複せずに書かれた 8 枚のカードが入っている. 袋の中からカードを 1 枚取り出して, もとに戻すという操作を 4 回繰り返す. 1 回目, 2 回目, 3 回目, 4 回目に取り出されたカードに書かれた数をそれぞれ a, b, c, d とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) $a + b + c + d = 6$ となる確率を求めよ.
- (2) 積 $abcd$ が奇数となる確率を求めよ.
- (3) $(a - 1)(b - 1)(c - 1)(d - 1) = 0$ となる確率を求めよ.
- (4) $\frac{1}{ab} + \frac{2}{cd} = \frac{1}{2}$ となる確率を求めよ.

第2問

数列 $\{a_n\}$ が条件

$$a_1 = -\frac{1}{4}, \quad a_{n+1} = a_n^2 - \frac{1}{4} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定められている。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 不等式 $-\frac{1}{4} \leq a_n < 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。
- (2) 不等式 $a_{2n-1} < a_{2n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。
- (3) 不等式 $a_{2n} > a_{2n+2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを示せ。
- (4) 不等式

$$0 < a_{2n} - a_{2n-1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2(n+1)} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

が成り立つことを示せ。

第3問

自然数 n に対して

$$S(x) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} x^{2k-2}, \quad R(x) = \frac{(-1)^n x^{2n}}{1+x^2}$$

とする. さらに

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 等式 $\int_0^1 S(x) dx = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{1}{2k-1}$ が成り立つことを示せ.
- (2) 定積分 $\int_0^1 f(x) dx$ の値を求めよ.
- (3) 等式 $S(x) = f(x) - R(x)$ が成り立つことを示せ.
- (4) 不等式 $\left| \int_0^1 R(x) dx \right| \leq \frac{1}{2n+1}$ が成り立つことを示せ.
- (5) 無限級数 $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots$ の和を求めよ.

第4問

2 次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1+3\sqrt{3}}{2} & -\sqrt{3} \\ \frac{5\sqrt{3}}{2} & \frac{1-3\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

について、次の問に答えよ.

- (1) A, B は逆行列をもつことを示し, A^{-1}, B^{-1} を求めよ.
- (2) $B^{-1}A^{-1}B, (B^{-1}A^{-1}B)^3$ を求めよ.
- (3) $A^7BX = B$ をみたす 2 次正方行列 X を求めよ.
- (4) (3) の行列 X について

$$E + X^5 + X^{10} + X^{15} + X^{20} + X^{25} = O$$

が成り立つことを示せ. ただし E は 2 次の単位行列, O は零行列とする.