

平成 24 年度入学者選抜試験問題  
農学部食料生命環境学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 4 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は「第 1 問」、「第 2 問」、「第 3 問」、「第 4 問」の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と大学受験番号を正しく記入しなさい。学部名と大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

## 第1問

単位円の円周を6等分する点を時計回りの順に  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$  とする. さいころを投げて出た目  $i$  と点  $P_i$  を対応させる. さいころを3回投げて出た目が全て異なる場合は対応する点を結ぶと三角形ができる. 次の問に答えよ.

- (1)  $\triangle P_1P_2P_5$  と  $\triangle P_1P_3P_5$  の面積をそれぞれ求めよ.
- (2) さいころを3回投げて, 三角形ができる確率を求めよ.
- (3) さいころを3回投げて, 二等辺三角形(ただし正三角形は除く)ができる確率を求めよ.
- (4) さいころを3回投げてできる図形の面積の期待値を求めよ.

## 第2問

2 曲線  $C_1 : y = (x - a)^2$  ( $a \geq 0$ ),  $C_2 : y = -x^2 + b$  ( $b \geq 0$ ) を考える. このとき, 次の問に答えよ.

- (1)  $a = 1, b = 1$  のとき,  $C_1$  と  $C_2$  で囲まれた部分の面積を求めよ.
- (2)  $a = 1, b = 0$  のとき,  $C_1$  と  $C_2$  の共通接線を求めよ.
- (3)  $C_1$  と  $C_2$  が共有点を 1 つだけもつための条件を  $a, b$  で表せ.
- (4) (3) の条件のもとでの  $C_1$  と  $C_2$  の共有点の軌跡を求めよ.

### 第3問

正の整数からなる数列  $\{a_n\}$  が  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して

$$n \left( \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}} \right) < 2, \quad 2 + \frac{1}{a_{n+1}} < (n+1) \left( \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}} \right)$$

を満たし、かつ  $a_2 = 2$  とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1)  $a_1$  を求めよ。
- (2)  $a_3$  を求めよ。
- (3) 一般項  $a_n$  を推定し、それが正しいことを証明せよ。
- (4)  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}}$  を求めよ。

## 第4問

$k > 0$  とする. 原点を  $O$  とする座標平面において, 2 点  $A, B$  は曲線  $y = \frac{1}{k}x^2$  上にあり, かつ  $\triangle OAB$  は正三角形とする. また,  $\triangle OAB$  の内接円を  $S$  とし,  $C$  をその中心とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 中心  $C$  の座標を求めよ.
- (2) 円  $S$  の方程式を求めよ.
- (3)  $T$  を中心  $D(3k, -2k)$ , 半径  $k$  の円とする.  $T$  上の点  $P$  から円  $S$  へ 2 本の接線を引いて, その接点を  $E, F$  とする. 線分  $CP$  の長さを  $t$  とし, 内積  $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{CF}$  を  $k$  と  $t$  を用いて表せ.
- (4) 点  $P$  が円  $T$  上を動くとき, 内積  $\overrightarrow{CE} \cdot \overrightarrow{CF}$  の最大値と最小値を求めよ.