

平成 25 年度入学者選抜試験問題
農学部食料生命環境学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 4 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は「第 1 問」、「第 2 問」、「第 3 問」、「第 4 問」の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と大学受験番号を正しく記入しなさい。学部名と大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

第1問

2つの放物線 $C_1: y = -2x^2$, $C_2: y = -x^2 + 2x - 35$ を考える. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 放物線 C_1 と放物線 C_2 の2つの交点の座標を求めよ.
- (2) a を実数とする. 点 $(a, -a^2 + 2a - 35)$ における放物線 C_2 の接線の方程式を求めよ.
- (3) 放物線 C_1 と放物線 C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ.
- (4) (1) で求めた交点の x 座標を b, c ($b < c$) とする. また, $b \leq a \leq c$ とする. このとき, 放物線 C_1 と放物線 C_2 および (2) で求めた接線で囲まれた図形の面積が $\frac{352}{3}$ となるような a の値を求めよ.

第2問

座標平面上に原点 O とは異なる 2 点 P, Q があり, 位置ベクトル $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$ と $\vec{q} = \overrightarrow{OQ}$ は垂直であるとする. $\vec{a} = \sqrt{5}\vec{p} - 2\vec{q}$, $\vec{b} = 2\sqrt{5}\vec{p} + \vec{q}$ とおく. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ であるとき, 次の間に答えよ.

- (1) $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ を $|\vec{p}|$, $|\vec{q}|$ を用いて表せ.
- (2) $\frac{|\vec{p}|}{|\vec{q}|}$ の値を求めよ.
- (3) $\frac{|\vec{a} + \vec{b}|}{|\vec{a} - \vec{b}|}$ の値を求めよ.
- (4) 点 P が放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上にあり, 点 Q が円 $x^2 + y^2 = 15$ 上にあるとき, $\vec{p}$, $\vec{q}$ の成分を求めよ.

第3問

公差が 0 でない等差数列 $\{a_n\}$ において、初項から第 n 項までの和を S_n とする。また、 $a_5^2 + a_6^2 = a_7^2 + a_8^2$, $S_{13} = 13$ が成り立つとする。このとき、次の間に答えよ。

- (1) $a_5 + a_8 = a_6 + a_7$ であることを示せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) S_n を求めよ。
- (4) m を自然数とする。 $\frac{a_m a_{m+1}}{a_{m+2}}$ の値が数列 $\{a_n\}$ の項として現れるすべての m を求めよ。

第4問

座標平面上を動く点 P がある．点 P は原点 O を出発し，硬貨 A と硬貨 B を同時に投げるごとに，次のルールで移動する．

- 硬貨 A が表のときは x 座標が正の方向に 1 進み，裏のときは x 座標が負の方向に 1 進む．
- 硬貨 B が表のときは y 座標が正の方向に 1 進み，裏のときは y 座標は変化しない．

点 $(1, 0)$ を Q とするとき，次の間に答えよ．

- (1) 硬貨 A と硬貨 B を同時に投げることを 4 回繰り返し，点 P を移動させたとき， $\cos \angle POQ = 0.8$ となる位置に点 P がくる確率を求めよ．
- (2) 硬貨 A と硬貨 B を同時に投げることを 8 回繰り返し，点 P を移動させたとき， $\sin \angle POQ = 0.8$ となる位置に点 P がくる確率を求めよ．