

平成 26 年度入学者選抜試験問題
理学部数理科学科

数 学

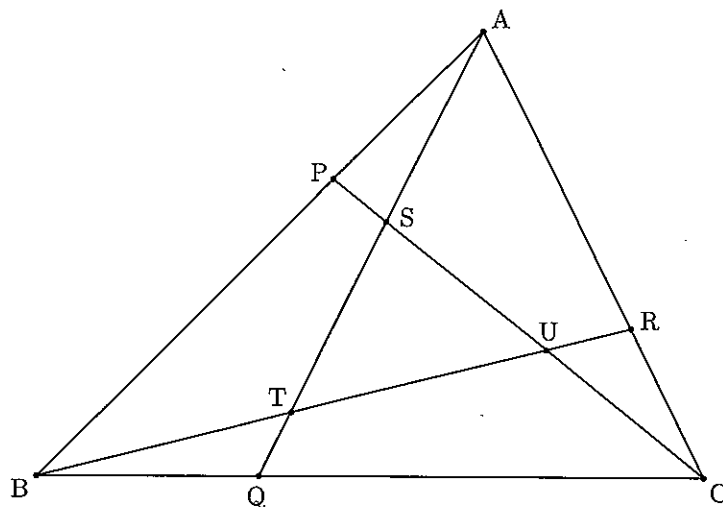
前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 4 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は「第 1 問」、「第 2 問」、「第 3 問」、「第 4 問」の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と大学受験番号を正しく記入しなさい。学部名と大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

第1問

三角形 ABC の各辺 AB, BC, CA を 1 : 2 に内分する点をそれぞれ P, Q, R とする. AQ と CP の交点を S, BR と AQ の交点を T, CP と BR の交点を U とする. $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とするとき, 次の問に答えよ.



- (1) $\overrightarrow{AQ}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ.
- (2) 点 Q を通り辺 AC と平行な直線と, BR の交点を V とするとき, $\overrightarrow{VQ}$ を $\vec{c}$ を用いて表せ.
- (3) $\overrightarrow{AT}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ.
- (4) $\overrightarrow{AS}$ を $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ.
- (5) $|\vec{b}| = 1$, $|\vec{c}| = \sqrt{3}$, $\angle BAC = 90^\circ$ であるとき, $|\overrightarrow{ST}|$, $|\overrightarrow{SU}|$, $\angle TSU$ および三角形 STU の面積を求めよ.

第2問

1 から 10 までの番号がひとつずつ書かれた 10 個の白い球と 1 から 10 までの番号がひとつずつ書かれた 10 個の赤い球が入った箱がある. この箱から 1 個ずつ順に球を 4 個取り出す. ただし, 一度取り出した球は箱に戻さない. 次の問に答えよ.

- (1) 3 番目の球を取り出したときに, 初めて同じ番号の白い球と赤い球がそろった確率を求めよ.
- (2) 4 番目の球を取り出したときに, 初めて同じ番号の白い球と赤い球がそろった確率を求めよ.
- (3) 1 番目に取り出した球の番号より 3 番目に取り出した球の番号が小さい確率を求めよ.
- (4) 取り出した 4 個の球のなかに, 同じ番号の白い球と赤い球の組がちょうど 1 組だけ含まれる確率を求めよ.

第3問

次の問に答えよ.

(1) 不定積分 $\int t \sin t \, dt$ を求めよ.

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{2}{3}\pi - 2t \right| \sin t \, dt$ を求めよ.

(3) 関数 $f(x)$ を $f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} |x - 2t| \sin t \, dt$ で定める ($0 \leq x \leq \pi$).

$f(x)$ の最大値, 最小値を求め, それらを与える x の値をそれぞれ求めよ.

第4問

座標平面上の1次変換 f は点 $(1, 2)$ を点 $\left(\frac{1}{2} - \sqrt{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ に、点 $(3, 4)$ を点 $\left(\frac{3}{2} - 2\sqrt{3}, 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ に移すとする。O を原点として、次の間に答えよ。

- (1) 1次変換 f を表す行列 A を求めよ。
- (2) 点 $P(1, 0)$ が f により点 Q に移るとき、 $\angle POQ$ を求めよ。また線分 OQ の長さを求めよ。
- (3) 点 R を $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$ で定める $(0 < \theta \leq \frac{\pi}{2})$ 。 f により、点 R は点 S に、点 S は点 T に、点 T は点 U に、点 U は点 V に移るとする。
 - (i) 三角形 ORS の面積を求めよ。
 - (ii) 点 $(2, 0)$ と点 R, S, T, U, V を頂点とする六角形の面積 $H(\theta)$ の最大値と、そのときの θ の値を求めよ。