

平成 27 年度入学者選抜試験問題

理学部物理学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は 1 ページから 2 ページまでです。
- 3 問題は、第 1 問から第 2 問までの 2 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入してください。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 7 解答用紙に印刷されている**注意事項**をよく読み、指示にしたがって解答してください。
- 8 問題を解く際の計算があれば、途中計算も解答用紙に書いてください。
- 9 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

第1問 二つの放物線

$$C_1: y = x^2$$

$$C_2: y = \frac{1}{2}(x-a)^2 + b$$

がある。ただし、 a, b は実数であり、 $b > 0$ とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 放物線 C_1 上の点 $P(p, p^2)$ における接線 l の方程式を求めよ。
- (2) 接線 l が C_2 にも接する場合の p を a と b を用いて表せ。
- (3) (2) より C_1, C_2 の両方に接する直線が2本存在することがわかる。この二つの直線の交点 Q の座標を a と b を用いて表せ。
- (4) 放物線 C_2 の頂点が曲線 $y = e^{-2x^2}$ 上を動くとき、交点 Q の軌跡を $y = f(x)$ で表す。関数 $f(x)$ を求めよ。また $f(x)$ の増減と凹凸を調べ軌跡の概形をかけ。

第2問 $y = \cos \frac{\pi x}{2}$ ($0 \leq x \leq 1$) で与えられる曲線を C とする。曲線 C と x 軸, y 軸で囲まれた図形 S について, 以下の問いに答えよ。

(1) 図形 S の面積を求めよ。

(2) 図形 S を x 軸のまわりに 1 回転させて得られる立体の体積を求めよ。

(3) 部分積分法を用いて次の不定積分を求めよ。

$$\int x^2 \sin x \, dx$$

(4) 図形 S を y 軸のまわりに 1 回転させて得られる立体の体積を求めよ。その際, 曲線 C は変数 t を媒介変数として

$$x = \frac{2}{\pi} t, \quad y = \cos t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

と表せることを利用せよ。