

平成 27 年度入学者選抜試験問題
農学部食料生命環境学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 解答用紙 4 枚と下書き用紙 4 枚は問題冊子とは別になっています。
- 3 問題は「第 1 問」、「第 2 問」、「第 3 問」、「第 4 問」の 4 問です。
- 4 問題の解答を、それぞれ対応した番号の解答用紙に書きなさい。
- 5 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁、解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- 6 監督者の指示にしたがって、4 枚の解答用紙それぞれに学部名と大学受験番号を正しく記入しなさい。学部名と大学受験番号が正しく記入されていない場合は、採点されないことがあります。
- 7 定規は、使用してもかまいません。
- 8 試験終了後、問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

第 1 問

次の各問に答えよ.

問 1 $\triangle ABC$ において, 辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ a, b, c で表し, $\angle A$ の大きさを A で表すことにする. この三角形において

$$\frac{a+b}{6} = \frac{b+c}{5} = \frac{c+a}{7}$$

であり, 面積が $3\sqrt{15}$ のとき, $\cos A$ と a を求めよ.

問 2 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が, $S_n = 2a_n - 2^n$ で与えられるとき, 次の問に答えよ.

- (1) a_1 を求めよ.
- (2) a_{n+1} と a_n の関係式を求めよ.
- (3) 一般項 a_n を求めよ.

第2問

原点を O とする座標平面上に放物線 $y = x^2$ がある. この放物線上に 2 点 $A(a, a^2)$, $B(b, b^2)$ があり, $a > 0$, $b < 0$ であるとする. $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{AB}$ が垂直であるとき, 次の問に答えよ.

- (1) b を a を用いて表せ.
- (2) $|\overrightarrow{AB}|$ と $\triangle OAB$ の面積を a を用いて表せ.
- (3) $|\overrightarrow{OB}| = 3\sqrt{10}$ のとき, 点 B の座標と a を求めよ.

第3問

問5案

座標平面上の放物線 $y = x^2 - \frac{1}{2}ax + 2$ を C とする. 放物線 C 上に点 P があり, 点 P の x 座標が a であるとき, 次の問に答えよ. ただし, $a > 0$ とする.

- (1) 点 P における放物線 C の接線 l_1 の方程式を求めよ.
- (2) 点 P を通り, 直線 l_1 に垂直な直線 l_2 の方程式を求めよ.
- (3) 放物線 C と直線 l_2 の交点で, 点 P と異なる点を Q とするとき, 点 Q の座標を求めよ.
- (4) 放物線 C と直線 l_2 で囲まれた図形の面積 $S(a)$ を求めよ.
- (5) 面積 $S(a)$ の最小値と, そのときの a の値を求めよ.

第4問

関数 $f(x) = x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$ について、次の問に答えよ。ただし、 a_1, a_2, a_3 は負の実数とする。

- (1) $f'(x) = 0$ は正の実数解と負の実数解を1つずつもつことを示せ。
 $f'(x) = 0$ の正の実数解を α 、負の実数解を β とおくとき、 $-\alpha < \beta$ を示せ。
- (2) $f(x) = 0$ の正の実数解は、ただ1つであることを示せ。
- (3) $f(x) + f(-x) < 0$ を示せ。
- (4) $f(x) = 0$ の正の実数解を p とおく。 $x \leq -p$ のとき、 $f(x) < 0$ を示せ。