

平成 28 年度入学者選抜試験問題

人文学部法経政策学科
理学部数理科学科
医学部医学科
農学部食料生命環境学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は 1 ページから 6 ページまでです。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 監督者の指示にしたがって，解答用紙に**大学受験番号**を正しく記入してください。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります。
- 5 人文学部受験者は，第 1 問，第 2 問，第 3 問の 3 問を解答してください。
理学部受験者は，第 1 問，第 3 問，第 4 問，第 5 問の 4 問を解答してください。
医学部受験者は，第 3 問，第 4 問，第 5 問，第 6 問の 4 問を解答してください。
農学部受験者は，第 1 問，第 2 問，第 3 問，第 4 問の 4 問を解答してください。
- 6 解答用紙の注意事項をよく読み，指示にしたがって解答してください。
- 7 定規は，使用してもかまいません。
- 8 試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

第 1 問

A, B の 2 チームが試合をくり返し行い, 先に 3 勝したチームを優勝とする. 1 回の試合で A チームが勝つ確率は $\frac{2}{3}$, B チームが勝つ確率は $\frac{1}{3}$ で, 引き分けはないものとする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 優勝が決まるまでに B チームが少なくとも 1 勝する確率を求めよ.
- (2) 3 試合目または 4 試合目で優勝が決まる確率を求めよ.
- (3) 1 試合目で A チームが勝ち, A チームが優勝する確率を求めよ.

第2問

n を自然数とし、放物線 $y = -x^2 + nx$ を C とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 放物線 C 上の点 $(1, n-1)$ における接線の傾きを a とする。 $0 \leq a \leq 3$ を満たす n をすべて求めよ。
- (2) 関数 $y = -x^2 + nx$ の最大値を M とする。 $1 \leq M \leq 5$ を満たす n をすべて求めよ。
- (3) 放物線 C と直線 $y = -x$ で囲まれた図形の面積を S とする。 $S \leq 36$ を満たす n をすべて求めよ。
- (4) $n \geq 7$ とする。放物線 C の $x \geq 6$ の部分と x 軸および直線 $x = 6$ で囲まれた図形の面積を T とする。 $T \leq 72$ を満たす n をすべて求めよ。

第3問

$\triangle ABC$ において, $AB = \sqrt{3}$, $BC = \sqrt{5}$, $AC = 2$ とする. 辺 BC 上に点 B と異なる点 P があり, $AP = \sqrt{3}$ とする. また, 辺 AB の中点を Q , 線分 AP と線分 CQ との交点を R とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ と $\triangle ABC$ の面積 S を求めよ.
- (2) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ.
- (3) $\triangle AQR$ の面積 T を求めよ.

第4問

数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = -1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3n - 3 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められているとき、次の問に答えよ。

- (1) $b_n = a_n + 3n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。このとき、 b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ。
- (2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) すべての自然数 n に対し、 $a_n \neq 0$ であることを示せ。
- (4) 次の式で定められる数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

$$c_1 = 8, \quad c_{n+1} = \frac{c_n}{nc_n + 1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (5) 次の式で定められる数列 $\{d_n\}$ の一般項を求めよ。

$$d_1 = -8, \quad d_{n+1} = \frac{a_{n+1}d_n}{nd_n + a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

第5問

n を自然数とし, $t > 0$ とする. 曲線 $y = x^n e^{-nx}$ と x 軸および 2 直線 $x = t$, $x = 2t$ で囲まれた図形の面積を $S_n(t)$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 関数 $f(x) = xe^{-x}$ の極値を求めよ.
- (2) $S_1(t)$ を t を用いて表せ.
- (3) 関数 $S_1(t)$ ($t > 0$) の最大値を求めよ.
- (4) $\frac{d}{dt}S_n(t)$ を求めよ.
- (5) 関数 $S_n(t)$ ($t > 0$) が最大値をとるときの t の値 t_n と極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n$ を求めよ.

第6問

複素数平面上の3点 $A(\alpha)$, $W(w)$, $Z(z)$ は原点 $O(0)$ と異なり,

$$\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \quad w = (1 + \alpha)z + 1 + \bar{\alpha}$$

とする. ただし, $\bar{\alpha}$ は α の共役な複素数とする. 2 直線 OW, OZ が垂直であるとき, 次の問に答えよ.

- (1) $(1 + \alpha)\beta + 1 + \bar{\alpha} = 0$ を満たす複素数 β を求めよ.
- (2) $|z - \alpha|$ の値を求めよ.
- (3) $\triangle OAZ$ が直角三角形になるときの複素数 z を求めよ.