

平成 31 年度入学者選抜試験問題

人文社会科学部人文社会科学科（総合法律コース，
地域公共政策コース，経済・マネジメントコース）

理学部理学科

医学部医学科

農学部食料生命環境学科

数 学

前 期 日 程

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子の本文は 1 ページから 6 ページまでです。
- 3 試験中に問題冊子の印刷不鮮明・落丁・乱丁，解答用紙の汚れなどに気が付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
- 4 監督者の指示にしたがって，解答用紙に大学受験番号を正しく記入してください。
大学受験番号が正しく記入されていない場合は，採点されないことがあります。
- 5 人文社会科学部受験者は，第 1 問，第 2 問，第 3 問の 3 問を解答してください。
理学部受験者は，第 1 問，第 3 問，第 4 問，第 5 問の 4 問を解答してください。
医学部受験者は，第 1 問，第 3 問，第 5 問，第 6 問の 4 問を解答してください。
農学部受験者は，第 1 問，第 2 問，第 3 問，第 4 問の 4 問を解答してください。
- 6 解答用紙の注意事項をよく読み，指示にしたがって解答してください。
- 7 定規は，使用してもかまいません。
- 8 試験終了後，問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってください。

第 1 問

3 個のさいころ A, B, C を同時に投げる. それぞれのさいころの出る目を a, b, c で表す. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 3 個のさいころの出る目すべてが奇数になる確率を求めよ.
- (2) 出る目の積 abc が偶数または 3 の倍数になる確率を求めよ.
- (3) 出る目の積 abc が偶数であったとき, 出る目の和 $a + b + c$ が奇数になる条件付き確率を求めよ.
- (4) 座標空間上の 4 点 $(0, 0, 0), (a, 0, 0), (0, b, 0), (0, 0, c)$ を頂点とする三角錐の体積を V とする.
 - (i) V が自然数になる確率を求めよ.
 - (ii) V が自然数かつ $V > 12$ になる確率を求めよ.

第2問

関数 $y = 2(x+1)$ のグラフを L ，関数 $y = |x^2 - x - 2|$ のグラフを C とする．このとき，次の問に答えよ．

- (1) 曲線 C は x 軸と 2 つの共有点をもつ．共有点の x 座標 x_1, x_2 を求めよ．ただし， $x_1 < x_2$ とする．
- (2) 直線 L と曲線 C は 3 つの共有点をもつ．共有点の x 座標 α, β, γ を求めよ．ただし， $\alpha < \beta < \gamma$ とする．
- (3) $\alpha \leq x \leq \beta$ の範囲において，直線 L と曲線 C で囲まれた図形の面積 S_1 を求めよ．
- (4) $\beta \leq x \leq \gamma$ の範囲において，直線 L と曲線 C で囲まれた図形の面積 S_2 を求めよ．

第3問

座標空間において、原点を O とし、3点 A, B, C を

$$A\left(4, \frac{16}{3}, 0\right), B(-4, 3, 0), C(0, 0, c)$$

とする。ただし、 $c > 0$ とする。 $\triangle OAB$ において、辺 OA 、辺 AB 、辺 BO を $1:2$ に内分する点を、それぞれ D, E, F とする。線分 AF と線分 DE との交点を P とし、線分 OE と線分 DF との交点を Q とする。また、線分 CQ の中点を R とし、線分 CP を $1:3$ に内分する点を S とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $|\overrightarrow{OA}|$, $|\overrightarrow{OB}|$, 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ の値を求めよ。
- (2) $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{OP}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ を用いて表せ。
- (3) $\overrightarrow{OQ}$, $\overrightarrow{OR}$, $\overrightarrow{OS}$ を $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ を用いて表せ。
- (4) $\overrightarrow{OS}$ と $\overrightarrow{BC}$ が垂直であるとき、 c の値を求めよ。

第4問

m, n を自然数とする. 正の偶数の列を

$$2 \mid 4, 6, 8 \mid 10, 12, 14, 16, 18 \mid 20, \dots$$

のように群に分ける. ただし, 第 n 群には $(2n-1)$ 個の数が入るものとする. 第 n 群の最後の数を a_n とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) a_4 を求めよ.
- (2) a_n を n で表せ.
- (3) 第 5 群の最初から 2 番目の数を求めよ.
- (4) 第 n 群の最初から m 番目の数を m と n を用いて表せ.
- (5) 300 は第何群の何番目の数であるかを求めよ.
- (6) k を自然数とし, 第 $(k+1)$ 群の最初から k 番目の数を b_k とする.

(i) $\sum_{k=1}^n b_k$ を求めよ.

(ii) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k}$ を求めよ.

第5問

e は自然対数の底とする. このとき, 次の間に答えよ.

- (1) a を実数とする. 定積分 $\int_1^e t^{a-1} dt$ を求めよ.
- (2) 関数 $f(x) = \int_1^e t^{x-1} dt$ について, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ と $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ を求めよ.
ただし, $e^x > x$ を用いてもよい.
- (3) 関数 $g(x) = (x-1)e^x + 1 - \frac{x^2}{2}$ について, $g'(x) > 0$ となる x の範囲をすべて求めよ. また, $g(x) > 0$ となる x の範囲をすべて求めよ.
- (4) 曲線 $y = g(x)$ と x 軸および 2 直線 $x = -1$, $x = 1$ で囲まれた図形の面積を求めよ.
- (5) 関数 $f(x) - \frac{x}{2}$ が極値をもつかを調べ, 極値をもたない場合は, その理由を述べよ. 極値をもつ場合は, その極値をすべて求めよ. また, そのときの x の値を求めよ.

第6問

a と b を互いに異なる正の定数とする. 双曲線 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ と x 軸との交点を $A(a, 0)$, $B(-a, 0)$ とする. x_1 を $|x_1| > a$ を満たす実数とし, 双曲線 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ と直線 $x = x_1$ との交点を $P(x_1, y_1)$, $Q(x_1, -y_1)$ とする. このとき, 次の問に答えよ.

- (1) 実数 x_1, y_1 を用いて, 直線 AP と直線 BQ の交点 R の座標を表せ.
- (2) (1) で求めた交点 $R(x, y)$ の軌跡を求めよ.
- (3) 原点 O を極とし, x 軸の正の部分を開始線とする極座標を (r, ϕ) とする.
(2) で求めた軌跡を極座標 (r, ϕ) を用いて表せ.
- (4) (2) で求めた軌跡が表す図形を L とする. 図形 L を, 原点を中心にして反時計回りに角度 θ だけ回転させた図形を $L(\theta)$ とする. ただし, $0 < \theta < \pi$ とする. 図形 L と図形 $L(\theta)$ の交点の個数を n とするとき, これら n 個の交点の極座標を, 定数 a, b および角度 θ を用いて表せ.
- (5) (4) で求めた図形 L と図形 $L(\theta)$ の n 個の交点を $V_1, \dots, V_n$ とし, それらの極座標を $V_1(r_1, \phi_1), \dots, V_n(r_n, \phi_n)$ とする. ただし, $r_1, \dots, r_n$ は正の数とし, $0 \leq \phi_1 < \dots < \phi_n < 2\pi$ とする. 角度 θ を $0 < \theta < \pi$ の範囲で動かしたとき, n 角形 $V_1 \cdots V_n$ の面積の最小値を求めよ. また, そのときの θ の値を求めよ.

