

平成 11 年度 入学者選抜学力検査

数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A(数
と式・数列)・数B(ベクト
ル・複素数と複素数平面)
(4枚のうち第1枚)

受験番号				学部	
				氏名	

受験番号				0

1. 実数全体の集合を全体集合として、次の問いに答えよ。

(1) 集合 A を

$$A = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \text{ は整数}\}$$

と定める。このとき、 $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$ は A の要素ではないことを示せ。ただし、 $\sqrt{6}$ が無理数であることを用いてもよい。

(2) 集合 B, C, D を

$$B = \{x \mid x \text{ は } 1 \leq x \leq 10 \text{ である整数}\}, C = \{x \mid x \text{ は } 1 \leq x \leq 20 \text{ である整数}\}$$

$$D = \{x \mid x^2 - 2(n+1)x + n^2 = 0 \text{ となる自然数 } n \text{ がある}\}$$

と定める。このとき、 $B \cup (C \cap D)$ および $B \cap \bar{D}$ を求めよ。ただし、 $\bar{D}$ は D の補集合である。

平成11年度 入学者選抜学力検査

数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A(数
と式・数列)・数B(ベクト
ル・複素数と複素数平面)

(4枚のうち第2枚)

受験番号				学部	
				氏名	

受験番号				0

2. $i = \sqrt{-1}$ とし、実数 t と複素数 z に対し、 $f_t(z) = \frac{(2+ti)z+ti}{-tiz+2-ti}$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 複素数 $f_t(1)$ の実部と虚部をそれぞれ $x(t)$, $y(t)$ とするとき、 $x(t)$ と $y(t)$ を t の式で表せ。

(2) $t = \tan \frac{\theta}{2}$ ($-\pi < \theta < \pi$) と表すとき、 $f_t(1)$ を $\sin \theta$ と $\cos \theta$ を用いて表せ。また、 t が実数全体を動くとき、複素数平面上で点 $f_t(1)$ がえがく図形を図示せよ。

(3) 実数 s , t と複素数 z に対し、 $f_s(f_t(z)) = f_{s+t}(z)$ が成り立つことを示せ。

(4) 複素数 $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$ を

$$z_0 = 1, z_k = f_1(z_{k-1}) \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n)$$

で定める。また、複素数平面上で、 z_n と -1 の2点を通る直線が虚軸と交わる点を P_n とする。このとき、 P_n が表す複素数を求めよ。

平成 11 年度 入学者選抜学力検査

数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A(数
と式・数列)・数B(ベクト
ル・複素数と複素数平面)
(4枚のうち第3枚)

受 験 番 号				学 部	
				氏 名	

受 験 番 号				0

3. 対数は自然対数として、次の問いに答えよ。

- (1) $x > 0$ のとき、不等式 $x \log x \geq x - 1$ が成り立つことを証明せよ。
- (2) $0 < x < 1$ 、 $0 < y < 1$ のとき、次の不等式が成り立つことを証明せよ。

$$x \log x + (1 - x) \log(1 - x) \geq x \log y + (1 - x) \log(1 - y)$$

- (3) $0 < x < 1$ のとき、関数

$$f(x) = x \log x + (1 - x) \log(1 - x)$$

の不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。

平成 11 年度 入学者選抜学力検査

数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数A(数
と式・数列)・数B(ベクト
ル・複素数と複素数平面)
(4枚のうち第4枚)

受 験 番 号				学 部	
				氏 名	

受 験 番 号				0

4. k を正の定数, $g(x)$ を連続な関数とする。関数 $h(x)$ と $f(x)$ をそれぞれ

$$h(x) = \int_0^x g(t) e^{k(x-t)} dt, \quad f(x) = \sin(kx) + \frac{1}{k} \int_0^x g(t) \sin(kx - kt) dt$$

で定める。 $h(x)$ の導関数を $h'(x)$, $f(x)$ の第2次導関数を $f''(x)$ で表すとき, 次の問いに答えよ。

- (1) $h'(x) = kh(x) + g(x)$ が成り立つことを示せ。
- (2) $f''(x)$ を $f(x)$ および $g(x)$ を用いて表せ。