

1. (配点 50) 関数 $f(x) = |x - a| - 2|x - 2| + 1$ について, 次の問いに答えよ。ただし, a は定数とする。

(1) $a = 1$ のときの関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。

(2) 関数 $y = f(x)$ の $0 \leq x \leq 3$ の範囲での最小値を $m(a)$ とする。 $a < 2$ のとき, $m(a)$ を a を用いて表せ。

2. (配点 50) 座標平面上で、 x 座標、 y 座標がともに整数である点を格子点という。次の問いに答えよ。ただし、 $\sqrt{3}$ が無理数であることを証明なしに用いてもよい。

(1) 直線 $y = \frac{1}{1 + \sqrt{3}}x + 1 + \sqrt{3}$ が通る格子点をすべて求めよ。

(2) 原点を通る 2 直線 l , m について考える。 l , m がそれぞれ原点以外にも格子点を通るとき、 l , m のなす角は、 60° にならないことを証明せよ。

4. (配点 50) 3 つの 2 次関数 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ をそれぞれ

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = x^2 + 1, \quad h(x) = -x^2 + px + \frac{1+q}{2}$$

とする。 p , q は定数とする。 曲線 $y = g(x)$ と曲線 $y = h(x)$ がただ 1 つの共有点をもつとき、 次の問いに答えよ。

(1) p と q の関係を求めよ。

(2) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = h(x)$ で囲まれる部分の面積 S を求め、 S が p , q の値によらないことを示せ。