

平成 19 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (文系)

数学Ⅰ, 数学A
数学Ⅱ, 数学B

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで, 問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 解答用紙は, 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明, ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は, 手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後, すべての解答用紙に受験番号, 志望学部および氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問, 指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合, 採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合, その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後, 問題冊子と計算用紙は持ち帰ってください。

〔 1 〕 (配点 50) a, b を定数とし, 関数 $f(x) = x^3 - 3ax + b$ は $f(3) = 17$ を満たすとする。また, $f(x)$ は極大値と極小値をもち, その差は 4 とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) 定数 a, b の値を定めなさい。

(2) $f(x)$ の増減表をかき, $y = f(x)$ のグラフの概形を描きなさい。

[2] (配点 50) a を定数とし, $f(x) = \cos^2 x + 2a \sin x + 4a^2$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$) とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 定数 a の値を場合分けして, $f(x)$ の最大値を求めなさい。
- (2) $f(x)$ の最大値が 2 となるとき, $f(x) = 2$ を満たす x に対する $\tan x$ の値を求めなさい。

- 〔3〕（配点 50） 0 以上の整数を下図のように上から下に順番に並べ、上から 1 行目、2 行目…として、第 n 行目の左端の数を a_n とする（すなわち $a_1 = 0$, $a_2 = 1, a_3 = 3, \dots$ である）。このとき、次の問いに答えなさい。

0
1 2
3 4 5
6 7 8 9
.....

- (1) a_n を n を用いて表しなさい。
(2) 1000 は何行目の左から何番目にあるか答えなさい。
(3) b_n を

$$b_n = \frac{1}{\sum_{k=1}^n a_k} \quad (n \geq 2)$$

とおくとき、 $\sum_{k=2}^n b_k$ を求めなさい。

- [4] (配点 50) 下図のように点 A から出た光が原点 O に達し、その一部は x 軸で反射して点 B へ、また一部は原点 O で向きを変え、点 C へ達したとする。
 $OA = OB = OC = 1$ とし、点 A, C から y 軸へ垂線を引き、その交点をそれぞれ P, Q とする。さらに、 y 軸上に点 $N(0, 1)$ をとり、 $\angle AOP = \angle POB = \alpha$, $\angle QOC = \beta$, $\overrightarrow{AO} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{ON} = \vec{n}$, $-\vec{a} \cdot \vec{n} = h$, $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = k$ とする。 $k \geq 1$ として、次の問いに答えなさい。

- (1) $\vec{b}$ を $\vec{a}$, $\vec{n}$, h を用いて表しなさい。
- (2) $g = \sqrt{h^2 + k^2 - 1}$ とすると、 $\overrightarrow{OQ}$ は $\overrightarrow{OQ} = -\frac{g}{k}\vec{n}$ と表されることを示しなさい。
- (3) g は(2)と同じとすると、 $\vec{c}$ は $\vec{c} = \frac{1}{k} \{ \vec{a} + (h - g)\vec{n} \}$ と表されることを示しなさい。

