

平成 19 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 α)

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 解答用紙は，4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部および氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子と計算用紙は持ち帰ってください。

[1] (配点 50) 座標平面上に点 $A(5, 0)$, 点 $B(0, 5)$, 点 $C(4, 3)$ をとり, 線分 AB 上に点 $P(s, 5-s)$ と点 $Q(t, 5-t)$ をとる。ここで, $0 \leq s \leq 5$, $0 \leq t \leq 5$ である。ベクトル $\overrightarrow{CP}$ とベクトル $\overrightarrow{CQ}$ が直交するとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) s と t の関係式を求め, t を s の関数として表しなさい。
- (2) s のとり得る値の範囲を求めなさい。
- (3) (1)の関数のグラフを st 平面上に描きなさい。

〔2〕（配点 50） 実数 t に対し，座標空間内の点 $P(\cos t, \sin 2t, \sin t \cos 2t)$ を考える。点 O を原点とすると，次の問いに答えなさい。

- (1) $X = \sin^2 t$ とおくとき， OP の長さを X を用いて表しなさい。
- (2) OP の長さの最大値を求めなさい。

〔3〕（配点 50） 行列 $A = \begin{pmatrix} a & f(b) \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ が逆行列をもたないとする。ここで、

a, b は実数であり、 $f(b) = b^3 - 3b^2 - 2b + 6$ である。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 自然数 n に対し、 A^n を a を用いて表しなさい。
- (2) $n \rightarrow \infty$ のとき、 A^n のすべての成分が 0 に収束する b の値の範囲を求めなさい。

〔 4 〕 (配点 50) 座標平面上において, 2 点 $O(0, 0)$ と $A(1, 0)$ を直径の両端とする円 S , および, 直線 $x = 1$ 上の点 $P(1, t)$ を考える。2 点 O, P を通る直線と円 S との交点で, O でない交点を Q とし, 線分 OP 上に点 R を $OR = PQ$ となるようにとる。このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) OR の長さを t を用いて表しなさい。
- (2) 点 R の座標を t を用いて表しなさい。
- (3) t が $t \geq 0$ の範囲で変化する。このとき, 点 R の軌跡と x 軸および直線 $x = \frac{1}{2}$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転させて得られる回転体の体積を求めなさい。