

## 平成 19 年度 入学者選抜学力検査問題

# 数 学 (理系 $\beta$ )

数学Ⅰ，数学A  
数学Ⅱ，数学B  
数学Ⅲ，数学C

### 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 解答用紙は，4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部および氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子と計算用紙は持ち帰ってください。

〔 1 〕 （配点 50） 実数  $t$  に対し，座標空間内の点  $P(\cos t, \sin 2t, \sin t \cos 2t)$  を考える。点  $O$  を原点とすると，次の問いに答えなさい。

- (1)  $X = \sin^2 t$  とおくと， $OP$  の長さを  $X$  を用いて表しなさい。
- (2)  $OP$  の長さの最大値を求めなさい。

〔2〕（配点 50）座標平面上において，2 点  $O(0, 0)$  と  $A(1, 0)$  を直径の両端とする円  $S$ ，および，直線  $x = 1$  上の点  $P(1, t)$  を考える。2 点  $O, P$  を通る直線と円  $S$  との交点で， $O$  でない交点を  $Q$  とし，線分  $OP$  上に点  $R$  を  $OR = PQ$  となるようにとる。このとき，次の問いに答えなさい。

- (1)  $OR$  の長さを  $t$  を用いて表しなさい。
- (2) 点  $R$  の座標を  $t$  を用いて表しなさい。
- (3)  $t$  が  $t \geq 0$  の範囲で変化する。このとき，点  $R$  の軌跡と  $x$  軸および直線  $x = \frac{1}{2}$  で囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに 1 回転させて得られる回転体の体積を求めなさい。

〔 3 〕 （配点 50） 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を

$$a_1 = 2, \quad b_1 = 1,$$

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。このとき、次の問いに答えなさい。

(1)  $a_{100}$ ,  $b_{100}$  を求めなさい。

(2)  $\sum_{k=1}^{100} a_k$ ,  $\sum_{k=1}^{100} b_k$  を求めなさい。

〔 4 〕 （配点 50） 数直線上の原点に点 P がある。点 P は、硬貨を投げて表が出れば +1，裏が出れば -1 進むとする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 硬貨を 10 回投げたとき、点 P が +4 にいる確率を求めなさい。
- (2) 硬貨を 10 回投げたとき、点 P が 1 回目以降原点も負の部分も通らずに +4 にいる確率を求めなさい。