

平成 20 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 β)

数学 I, 数学 A
数学 II, 数学 B
数学 III, 数学 C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 解答用紙は、4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部および氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合、採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合、その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後、問題冊子と計算用紙は持ち帰ってください。

〔 1 〕 （配点 50） a を正の実数とし、曲線

$$y = x^4 - 2ax^3 + (a^2 - a - 1)x^2 + (a^2 + a + 1)x$$

を C とする。直線 ℓ は、曲線 C の異なる 2 点を通り、それぞれの点において接線になっているとする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 ℓ の方程式を a を用いて表しなさい。
- (2) 曲線 C と直線 ℓ で囲まれる部分の面積が $\frac{16}{15}$ となる時、 a の値を求めなさい。

〔 2 〕（配点 50）ある学校では毎日，A，B，C，D，E の 5 曲の中から異なる 3 曲を無作為に選んで昼休みに放送している。 n を任意の自然数とする。このとき，次の問いに答えなさい。

- (1) 1 日に曲 A，B が両方とも放送される確率を求めなさい。
- (2) n 日間で曲 A，B のいずれも全く放送されない確率を求めなさい。
- (3) n 日間で曲 A が少なくとも 1 度は放送される確率を求めなさい。
- (4) n 日間でどの曲も少なくとも 1 度は放送される確率を求めなさい。

〔3〕（配点 50） n を 3 以上の自然数とする。座標平面において正 n 角形 $P_0P_1 \cdots P_{n-1}$ を考える。頂点 P_0, P_1 の座標はそれぞれ $(0, 0), (1, 0)$ であり、その他の頂点は x 軸の上側にあるとする。各頂点における外角を θ とする。整数 $i (0 \leq i < n-1)$ に対して、 ℓ_i を辺 P_iP_{i+1} を含む直線とし、 ℓ_{n-1} を辺 $P_{n-1}P_0$ を含む直線とする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 整数 $i (0 \leq i \leq n-1)$ に対して、頂点 P_i の座標および直線 ℓ_i の方程式を θ を用いて表しなさい。
- (2) n が奇数ならば、正 n 角形 $P_0P_1 \cdots P_{n-1}$ には互いに平行な 2 辺は存在しないことを示しなさい。

[4] (配点 50) $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ とする。2 次の正方行列 A_n
($n = 1, 2, 3, \dots$) が

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, A_2 = C$$

$$A_{n+2} - (B + C)A_{n+1} + BCA_n = O$$

を満たす。ただし、 O は零行列とする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき、 $P^{-1}BP$ を求めなさい。また、 B^n
($n = 1, 2, 3, \dots$) を求めなさい。
- (2) A_n ($n = 3, 4, 5, \dots$) を B, C を用いて表しなさい。
- (3) A_n ($n = 3, 4, 5, \dots$) を求めなさい。