

平成 21 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (文系)

数学Ⅰ，数学A

数学Ⅱ，数学B

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 解答用紙は，4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に2箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子と計算用紙は持ち帰ってください。

〔 1 〕 （配点 50） 2 つの実数 α と β に対して，数列 $\{a_n\}$ を

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \alpha a_n + \beta^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める。このとき，次の問いに答えなさい。

- (1) a_2, a_3, a_4 を α, β を用いて表しなさい。
- (2) 一般項 a_n を推定しなさい。
- (3) 推定した一般項が正しいことを，数学的帰納法を用いて証明しなさい。

〔 2 〕 （配点 50） 曲線 $y = x^2$ および $y = 2|x| + 1$ をそれぞれ C_1 , C_2 とし, C_1 と C_2 とで囲まれた領域を A とする。ただし, A は境界を含むものとする。このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) C_1 と C_2 の交点の座標を求めなさい。
- (2) 領域 A の面積を求めなさい。
- (3) 点 $P(x, y)$ が領域 A 内を動くとき, $\frac{x}{2} + y$ の最大値と最小値を求めなさい。

〔 3 〕 （配点 50） A, B の 2 人が次のようなゲームをする。1 枚の硬貨を何回か投げ
て表が裏よりも先に 3 回出たら A の勝ち, 反対に裏が表よりも先に 3 回出たら
B の勝ちとし, ゲームを終了する。例えば, 1 回目に表, 2 回目に裏, 3 回目に
表, 4 回目に表が出た場合には A の勝ちである。ゲーム終了時に, 得点として
勝った者には 1 点を, 負けた者には x 点を与えることにする。このとき, 次の問
いに答えなさい。

- (1) 1 回目に表が出たとする。このとき, A が勝つ確率を求めなさい。
- (2) $x = -0.5$ とし, 1 回目に表が出たとする。このとき, A の得点の期待値を
求めなさい。
- (3) 1 回目に表が出たとする。このとき, A の得点の期待値が 0 点となるように
 x の値を定めなさい。

〔 4 〕 （配点 50） m を自然数とすると、次の問いに答えなさい。

- (1) m^2 を 5 で割ったときの余りは、0, 1, 4 のいずれかであることを証明しなさい。
- (2) m^2 が 5 の倍数ならば、 m は 5 の倍数であることを証明しなさい。
- (3) $\sqrt{5}$ が無理数であることを証明しなさい。