

平成 23 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 α)

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また、解答用紙は 4 枚あります。解答用紙枚数に過不足がある場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合、採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合、その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

a

[1] (配点 50) a を実数とし,

$$I = \int_0^{\pi} (x + a \cos x + a^2 \sin x)^2 dx$$

とおく。このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) I を a の式で表しなさい。
- (2) $I > \frac{\pi}{2} a^4$ であることを示しなさい。

〔 2 〕 （配点 50） 座標平面において，2 点 $A(1, 0)$ ， $B(2, 0)$ を原点のまわりに θ だけ回転した点をそれぞれ C ， D とおく。ただし， $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。点 C を通り直線 CD と垂直に交わる直線を ℓ とし，点 D を通り直線 CD と垂直に交わる直線を m とする。また，直線 ℓ と直線 m によりはさまれた領域を S とし，不等式 $0 \leq y \leq x$ の表す領域を T とする。このとき，次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 ℓ ， m の方程式を求めなさい。
- (2) θ が $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，領域 S と領域 T の共通部分の面積を最小にする θ の値を求めなさい。

〔 3 〕 （配点 50） k を正の実数とする。点 $(3k, 4k)$ を中心とする半径 $5k + 1$ の円を C_k とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 円 C_k が原点を通るかどうかを答えなさい。
- (2) k がすべての正の実数値をとって変化するとき、円 C_k の動く範囲を求め、座標平面上に図示しなさい。

- 〔 4 〕 （配点 50） 2 つの関数 $y = ax^2 + b$, $y = |(x - 1)(x + 1)|$ のグラフが共有点をもつための必要十分条件を a , b を用いて表し, 点 (a, b) の存在する領域を座標平面上に図示しなさい。