

平成 24 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 β)

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

注 意 事 項

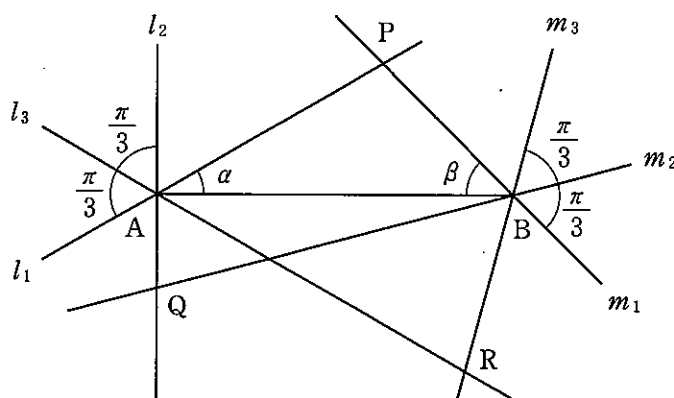
1. 試験開始の合図があるまで、問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で4題あります。また、解答用紙は4枚あります。解答用紙枚数に過不足がある場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後、すべての解答用紙に受験番号、志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に2箇所あります。
5. 解答は各問、指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合、採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合、その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
9. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

[1] (配点 50) 関数 $f(x) = -x^2 + 15x - 36$ と $g(x) = \log_2(-x^2 + 15x - 36)$ について、次の問いに答えなさい。

- (1) $f(x) > 0$ となる x の範囲を求めなさい。
- (2) $\log_2 3 = 1.585$ として、 $g(x)$ の最大値を小数で表しなさい。
- (3) $f(g(x)) > 0$ となる x の範囲を求めなさい。

〔2〕（配点 50）平面上に異なる 2 点 A, B がある。A を通る直線 l_1, l_2, l_3 と B を通る直線 m_1, m_2, m_3 が図のように交わっており、直線 l_1 と m_1 の交点を P, l_2 と m_2 の交点を Q, l_3 と m_3 の交点を R とする。ただし、 l_1 と l_3 , l_2 と l_3 , m_1 と m_2 , m_2 と m_3 のなす角はすべて $\frac{\pi}{3}$ であり、 $0 < \angle PAB < \frac{\pi}{3}$, $0 < \angle PBA < \frac{\pi}{3}$ である。 $\alpha = \angle PAB$, $\beta = \angle PBA$ として、次の問いに答えなさい。

- (1) $\angle APB + \angle AQB$ を求めなさい。
- (2) 5 点 A, Q, R, B, P が同一円周上にあることを示しなさい。
- (3) 5 点 A, Q, R, B, P を通る円の半径が 1 であるとき、五角形 AQRBP の面積を $\sin \alpha$, $\sin \beta$, $\sin 2\alpha$, $\sin 2\beta$ を用いて表しなさい。



〔3〕（配点 50） 2 点 A, B は, $AB = 2$ を満たしながら

放物線 $C: y = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$ の上を動く点とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) AB の中点を P とする。A, B, P の x 座標をそれぞれ a, b, p とするとき, $a + b$ と ab の値をそれぞれ p を用いて表しなさい。
- (2) P の y 座標を p を用いて表しなさい。
- (3) P の x 座標に対して P の y 座標を定める関数を $y = f(x)$ とする。2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$ と 2 直線 $x = 0$, $x = 2$ で囲まれた図形の面積を求めなさい。

〔 4 〕（配点 50） xy 平面において、直線 $y = 8$ の上に点 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 が、直線 $y = 0$ の上に点 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5 が、それぞれ x 座標の小さい順に並んでいる。これらを $y = 8$ 上の点と $y = 0$ 上の点ひとつずつからなる 5 つの組に分け、それぞれの組の 2 点を結んでできる 5 本の線分を考える。下図はその一例である。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 3 本の線分 P_iQ_n, P_jQ_m, P_kQ_l が 1 点 R で交わるとき、 $\frac{P_iP_j \cdot Q_lQ_m}{P_jP_k \cdot Q_mQ_n}$ を求めなさい。ただし、 $i < j < k$ かつ $l < m < n$ であるとする。
- (2) $P_i, Q_i (1 \leq i \leq 5)$ の x 座標を 2^i とするとき、どのような結び方をしても 3 本の線分が 1 点で交わらないことを (1) を用いて背理法で示しなさい。
- (3) $P_i, Q_i (1 \leq i \leq 5)$ の x 座標を 2^i とするとき、交点の数の合計がちょうど 2 つになるような結び方は何通りあるかを答えなさい。

