

平成 25 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 α)

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で4題あります。また，解答用紙は4枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に2箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点50点は200点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

[1] (配点 50) $x > 0$, $x \neq 1$ を定義域とする次の 5 つの関数を考える。

$$\frac{x^2 + 1}{2}, \quad \frac{2x^2}{x^2 + 1}, \quad x, \quad \left(\frac{x+1}{2}\right)^2, \quad \frac{x^2 - 1}{2 \log x}$$

このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 上の 5 つの関数の間に

$$\boxed{1} < \boxed{2} < \boxed{3} < \boxed{4} < \boxed{5}$$

の不等式が成立するとすれば、 $\boxed{1}$ から $\boxed{5}$ にはどの関数が入るか。 $x = 2$ を代入することによりそれらを決定しなさい。ただし、 $\log 2 = 0.693\cdots$ とする。

(2) $\boxed{4} < \boxed{5}$ の部分の不等式を証明しなさい。

(3) $\boxed{2} < \boxed{3}$ の部分の不等式を証明しなさい。

〔2〕（配点 50） 等式

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix}$$

を満たす定数 x, y の組 (x, y) を $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ とする。ただし、 $y_1 < y_2$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を求めなさい。
(2) 次の等式を満たす定数 α, β の値を求めなさい。

$$\alpha \begin{pmatrix} 1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- (3) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ が、

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められるとき、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$$

を求めなさい。

- [3] (配点 50) xy 平面において, 曲線 $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ と $y = \frac{x^2}{2}$ の原点以外の交点を P とする。また, この 2 つの曲線で囲まれた図形を D とする。このとき, 次の問いに答えなさい。

- (1) 点 P の座標を求めなさい。
- (2) D の面積を求めなさい。
- (3) D を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。

〔4〕（配点 50） 原点を出発点として数直線上を動く点 P がある。次のような試行を考える。さいころを 1 回投げて、5 以上の目が出たときは点 P を正の向きに 1 だけ進め、4 以下の目が出たときは負の向きに 2 だけ進める。このような試行について、次の問いに答えなさい。

- (1) この試行を 3 回行うとき、点 P が原点の位置にくる確率を求めなさい。
- (2) この試行を 9 回行うとき、点 P が 3 回目と 9 回目に原点の位置にくる確率を求めなさい。
- (3) この試行を 9 回行うとき、点 P が 3 回目と 9 回目のみ原点の位置にくる確率を求めなさい。