

平成 26 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 α)

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B
数学Ⅲ，数学C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また，解答用紙は 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 1 〕 （配点 50） 一般項が $a_n = \tan \frac{\pi}{2^{n+1}}$ で与えられる数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えなさい。

(1) 正接の 2 倍角の公式

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta}$$

を用いて、数列 $\{a_n\}$ の漸化式を求めなさい。

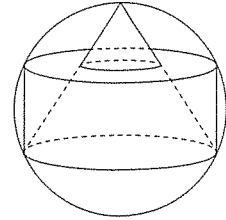
(2) 極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

を求めなさい。

〔2〕（配点 50） 図のように、円柱 E と直円錐 F が半径 1 の球に内接しており、さらに E と F の底面は一致している。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 円柱 E の高さを h とするとき、円柱 E の底面の半径と直円錐 F の高さを、それぞれ h を用いて表しなさい。
- (2) 半径 1 の球に内接する円柱の体積の最大値を求めなさい。
- (3) 円柱 E の体積と直円錐 F の体積が等しいとする。円柱 E から直円錐 F が重なっている部分をくり抜いたとき、くり抜かれて残った立体の体積を求めなさい。



〔 3 〕 （配点 50） a, b を実数とする。行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

について、次の問いに答えなさい。

(1) すべての自然数 n に対して、

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ b_n & a_n \end{pmatrix}$$

となる実数 a_n, b_n があることを数学的帰納法で示し、 a_n, b_n を用いて a_{n+1}, b_{n+1} を表しなさい。

(2) $c_n = a_n + b_n, d_n = a_n - b_n$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の漸化式と数列 $\{d_n\}$ の漸化式をそれぞれ求め、 a, b, n を用いて c_n, d_n を表しなさい。

(3) a, b, n を用いて a_n, b_n を表しなさい。

〔 4 〕 （配点 50） 関数

$$f(x) = \int_0^x |(t-1)(t-2)| dt - \left| \int_0^x (t-1)(t-2) dt \right|$$

に対して、 $y = f(x) (x > 0)$ のグラフをかきなさい。ただし、グラフの凹凸は調べなくてよい。