

平成 26 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (文系)

数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また，解答用紙は 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 1 〕 (配点 50) k を正の実数とする。座標平面において、方程式

$y = -x^2 - 2x - 1$ が表す放物線 C_1 および方程式 $y = kx^2$ が表す放物線 C_2 がある。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 放物線 C_1 の接線であり、 C_2 の接線でもあるような直線は 2 つある。この 2 つの直線の方程式を求めなさい。
- (2) (1) で求めた 2 つの直線の交点を P とする。 k が正の実数の範囲を動くときの P の軌跡を求め、図示しなさい。

〔 2 〕 （配点 50） $\triangle OAB$ において、辺 AB を $2 : 1$ に内分する点を C とし、

$OA = 7$ 、 $OB = 6$ 、 $OC = 5$ とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、
次の問いに答えなさい。

- (1) $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて $\vec{c}$ を表しなさい。
- (2) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めなさい。
- (3) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

〔3〕（配点 50） 次の問いに答えなさい。

- (1) 2つの整数 a, b が $1 + \sqrt{2} = a + b\sqrt{2}$ を満たすならば, $a = b = 1$ であることを示しなさい。ただし, $\sqrt{2}$ が無理数であることは示さなくてよい。
- (2) k を自然数とする。2つの整数 a, b が $(1 + \sqrt{2})^{k+1} = a + b\sqrt{2}$ を満たしているとき, $(1 + \sqrt{2})^k = a' + b'\sqrt{2}$ を満たす整数 a', b' を a, b を用いて表しなさい。
- (3) すべての自然数 n に対して,

命題「2つの整数 a, b が $(1 + \sqrt{2})^n = a + b\sqrt{2}$ を満たしているならば,
 $(1 - \sqrt{2})^n = a - b\sqrt{2}$ である」

が成り立つことを数学的帰納法を用いて示しなさい。

〔 4 〕 （配点 50） 座標平面において，点 $O(0, 0)$ ，点 $A(1, 1)$ がある。方程式 $y = -ax + 2a + 2$ が表す直線を l とするとき，次の問いに答えなさい。ただし， a は正の実数とする。

- (1) 直線 l に関して点 A と対称な点を A' とする。 A' の座標を求めなさい。
- (2) 点 P が直線 l 上を動くときの $OP + PA$ の最小値を， a を用いて表しなさい。
- (3) (2) で求めた $OP + PA$ の最小値を $f(a)$ とするとき， $f(a)$ を最大にするような a の値を求めなさい。