

平成 26 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 β)

数学Ⅰ，数学 A
数学Ⅱ，数学 B
数学Ⅲ，数学 C

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また，解答用紙は 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

〔 1 〕 （配点 50） a, b を実数とする。行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

について、次の問いに答えなさい。

(1) すべての自然数 n に対して、

$$A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ b_n & a_n \end{pmatrix}$$

となる実数 a_n, b_n があることを数学的帰納法で示し、 a_n, b_n を用いて a_{n+1}, b_{n+1} を表しなさい。

(2) $c_n = a_n + b_n, d_n = a_n - b_n$ とおく。数列 $\{c_n\}$ の漸化式と数列 $\{d_n\}$ の漸化式をそれぞれ求め、 a, b, n を用いて c_n, d_n を表しなさい。

(3) a, b, n を用いて a_n, b_n を表しなさい。

〔2〕（配点 50）座標平面において、方程式 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ が表す双曲線 C と点 $P(a, 0)$ がある。ただし、 $a > 3$ とする。点 P を通り y 軸に平行な直線と双曲線 C との交点の一つである点 $Q(a, b)$ をとる。ただし、 $b > 0$ とする。さらに、点 Q における双曲線 C の接線 l と x 軸との交点を $R(c, 0)$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) a を用いて b を表しなさい。
- (2) a を用いて接線 l の方程式を表しなさい。
- (3) a を用いて c を表しなさい。
- (4) 極限值

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{PQ}{PR}$$

を求めなさい。

〔3〕（配点 50）四面体 ABCD において、

$$AB = AC = AD = 1, \quad BC = \sqrt{3}, \quad \angle BDC = \theta$$

のとき、次の問いに答えなさい。ただし、 $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。

- (1) 点 A から $\triangle BCD$ を含む平面に垂線を下ろし、その平面との交点を H とする。線分 AH, BH, CH, DH の長さを、それぞれ θ を用いて表しなさい。
- (2) $t = \cos \theta$ とする。 θ を一定の値に保ったまま点 D が動くときの四面体 ABCD の体積の最大値を、 t を用いて表しなさい。
- (3) (2) で求めた四面体 ABCD の体積の最大値を $V(t)$ とする。 $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で θ が動くときの $V(t)$ の最大値を求めなさい。ただし、 $V(t)$ が最大値をとるときの θ の値は求めなくてよい。

〔 4 〕 （配点 50） 関数

$$f(x) = \int_0^x |(t-1)(t-2)| dt - \left| \int_0^x (t-1)(t-2) dt \right|$$

に対して、 $y = f(x) (x > 0)$ のグラフをかきなさい。ただし、グラフの凹凸は調べなくてよい。