

平成 27 年度 入学者選抜学力検査問題

数 学 (理系 β)

数学 I，数学 A
数学 II，数学 B
数学 III

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，問題冊子及び解答用紙の中を見てはいけません。
2. 問題は全部で 4 題あります。また，解答用紙は 4 枚あります。
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の枚数の過不足や汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせてください。
4. 試験開始後，すべての解答用紙に受験番号，志望学部及び氏名を記入してください。受験番号の記入欄は各解答用紙に 2 箇所あります。
5. 解答は各問，指定された番号の解答用紙のおもて面にだけ記入してください。
6. 解答を指定された番号以外の解答用紙に記入した場合，採点の対象となりません。
7. 裏面その他に解答を書いた場合，その部分は採点の対象となりません。
8. 各問題の配点 50 点は 200 点満点としたときのものです。
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ってください。

- 〔 1 〕 （配点 50） 曲線 $2x^2 + y^2 - 4y = 0$ を C とする。点 $P(x, y)$ が曲線 C 上を動くとき、 xy の最大値と最小値を求めなさい。

〔 2 〕 （配点 50） $\triangle ABC$ において、辺 BC 上に頂点 B, C とは異なる点 P をとる。

$AB = l$, $AP = m$, $\angle PAB = \alpha$, $\angle PAC = \beta$ とし、 $\triangle ABC$ の面積を S とするとき、次の問いに答えなさい。

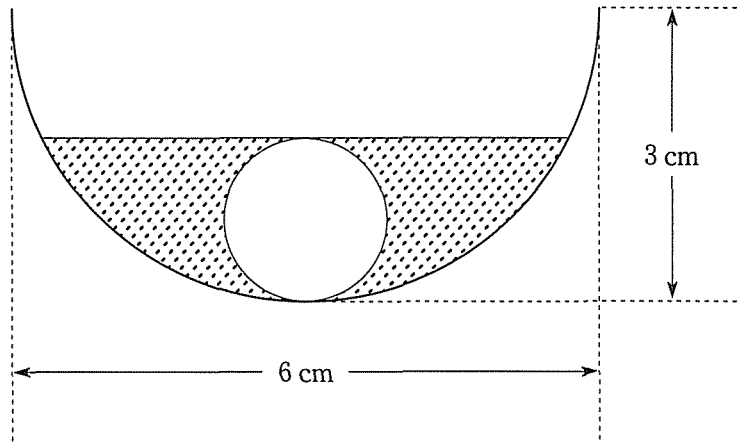
(1) AC を l , m , α , β を用いて表しなさい。

(2) 次の不等式が成り立つことを示しなさい。

$$S \geq \frac{2 m^2 \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

(3) $\triangle ABC$ の重心を G とする。 $S = \frac{2 m^2 \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$ のとき、 $\frac{AG}{PG}$ の値を求めなさい。

- 〔 3 〕 （配点 50） 半径 3 cm の半球形の容器の中に $8\pi \text{ cm}^3$ の水が入っている。この容器の水の中に半径 $r \text{ cm}$ の鉄の球を静かに入れた。このとき下の断面図のように、鉄の球は水面と上端で接した。 r の値を求めなさい。ただし、容器から水がこぼれることはないものとする。



〔 4 〕 （配点 50） 次の問いに答えなさい。

(1) a, b, c を整数とする。 $a + b + c$ が偶数ならば a, b, c の少なくとも 1 つは偶数であることを示しなさい。

(2) 整数 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{27}$ を適当に並べ替えたものを $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{27}$ とする。

(i) 積 $(a_1 + b_1) \cdot (a_2 + b_2) \cdot (a_3 + b_3) \cdot \dots \cdot (a_{27} + b_{27})$ は偶数であることを示しなさい。

(ii) $\sum_{k=1}^{27} a_k = S$ とする。整数 p, q が $p + q + 1 = S$ を満たすとき、
積 $(pa_1 + qb_1) \cdot (pa_2 + qb_2) \cdot (pa_3 + qb_3) \cdot \dots \cdot (pa_{27} + qb_{27})$ は偶数であるか奇数であるかを理由を付けて答えなさい。